ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 10 DÉCEMBRE 1947.

PRÉSIDENCE DE M. Louis BLARINGHEM.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉCONOMÉTRIE. — *Stabilité d'un régime économique.* Note de M. ALBERT CAQUOT.

Un régime économique est stable quand, pour l'ensemble des personnes actives qui travaillent à la production, toute augmentation de salaire correspond à une amélioration du niveau de vie.

Si donc nous représentons par s le salaire réel d'un travailleur pendant l'unité de temps déterminé, nous choisissons l'année, s sera la somme de son salaire nominal, de ses allocations familiales, des versements effectués au titre de la sécurité sociale, cette somme étant diminuée de tous les prélèvements, y compris les impôts. Si nous représentons par p le prix d'un objet, d'une fourniture, d'un aliment, ou en général d'une production quelconque, considérés par la population à un instant donné comme faisant partie de sa consommation normale.

La condition de stabilité économique définie ci-dessus s'écrira

$$\frac{d\Sigma s}{\Sigma s} > \frac{d\Sigma p}{\Sigma p},$$

dans laquelle Σs est la somme des salaires réels de tous les travailleurs, et Σp la somme des prix de toute leur consommation dans l'unité de temps; $d\Sigma p$, est par définition la variation de Σp entraînée à l'instant considéré par la variation proportionnelle de l'ensemble des salaires $d\Sigma s$.

Considérons la valeur p d'un objet à la consommation, il comprendra le paiement de centaines d'opérations comportant salaires, fournitures, impôts, agios, rente du capital, renouvellement périodique des équipements utilisés.

Mais chaque fourniture, chaque impôt, chaque renouvellement d'équipement peut être décomposé de la même façon.

Chaque salaire réel entrant dans le prix de revient interviendra par 2 termes, l'un sera le salaire réel, l'autre les prestations légales directes fonction des salaires, de telle sorte qu'après avoir développé les séries d'opérations

en nombre n, n', n'', n''' nous trouverons pour éléments de p

$$p=\sum_{i}^{n} k_i s_i m_i+\sum_{0}^{n'} k'_i s'_i m'_i+\sum_{0}^{n''} l_i p_i \varepsilon_i+\sum_{0}^{n'''} l'_i p'_i,$$

dans lesquels k_i représente pour une opération le coefficient de majoration du salaire s_i correspondant aux prescriptions légales, et m_i la quantité annuelle de ce salaire s_i utilisée dans l'opération d'indice i.

Les termes $k'_i\, s'_i\, m'_i$ sont de même nature, les termes sans accent représentant les rémunérations des travailleurs directement nécessaires, et les termes avec l'accent $'$, les rémunérations de la population active des rouages latéraux, contrôle extérieur, commerce, transports, etc.

$l_i p_i$ représente pour une opération bancaire la fraction des fonds de roulement demandée aux banques et frappée de l'intérêt ε_i, la somme des n'' opérations correspondantes représentent les agios. $l'_i p'_i$ représente, pour une opération d'équipement, la part du capital dépensé par l'épargne pour constituer l'équipement et frappé de l'intérêt ε'_i.

Le terme $\sum_{0}^{n''} l_i p_i \varepsilon_i$ est en fait la compensation des rémunérations nécessaires pour assurer le paiement des employés des banques, les fournitures, les entretiens et la rémunération de l'épargne, de telle sorte que par une nouvelle décomposition en série, ce terme se compose d'éléments nouveaux, qui peuvent rentrer dans

$$\sum_{0}^{n'} k'_i s'_i m'_i \quad \text{et} \quad \sum_{0}^{n'''} l'_i p'_i \varepsilon'_i.$$

Si nous considérons les coefficients k_i, ils ne sont pas exactement constants, les prestations légales sur les salaires augmentent plus vite que ceux-ci, en raison d'une part de l'augmentation du nombre des imposés, d'autre part du caractère progressif de certaines prestations légales, donc k_i a une variation de même signe que la variation de salaire s_i et la dérivée de k_i en fonction de s_i est positive.

D'autre part, dans la situation actuelle, la valeur de $\sum_{0}^{n'''} l'_i p'_i \varepsilon'_i$ est négative, l'intérêt donné à l'épargne ne compensant plus la perte par dévaluation, et ce terme faible peut être considéré comme négligeable.

Les grandeurs m_i, quantités d'années de main-d'œuvre correspondent pour l'opération d'indice i à l'inverse du produit de trois facteurs.

D'une part l'activité de l'ouvrier, d'autre part l'efficacité de l'outillage, enfin l'efficacité de l'organisation du travail.

L'amélioration de ces trois facteurs doit se poursuivre par la collaboration

de toutes les personnes actives de la production, et surtout par une sage politique de renouvellement accéléré du matériel, elle n'est pas modifiée à un instant donné par une variation de salaire.

Les facteurs k'_i obéissent aux mêmes données que les facteurs k_i, mais les grandeurs m'_i correspondent aux frais généraux du pays et de la distribution et sont déterminées par leurs propres rôles dans l'économie.

Elles sont depuis 1939 en croissance continue par création d'organismes parasitaires, et également par l'augmentation extraordinaire du nombre des commerçants et des intermédiaires, qui, dans certaines régions, a doublé.

Bref, après réduction, et en négligeant la rémunération de l'épargne aujourd'hui négative, on arrive à la décomposition suivante

$$p = \sum_0^n k_i s_i m_i + \sum_0^{n'} k'_i s'_i m'_i,$$

la dérivée de k_i en fonction de s_i étant positive, il en résulte que pour toute variation d'ensemble de tous les salaires, $d\Sigma p/\Sigma p > d\Sigma s/\Sigma s$, *et le régime économique est instable actuellement.*

Pour le rendre stable, il conviendra de donner à certains prélèvements une croissance plus lente que l'augmentation des salaires, le coefficient k ayant dans l'ensemble une dérivée négative.

Mais l'amélioration des salaires vrais peut être considérable et relativement rapide si l'on agit sur le cadre de l'économie. A cet effet poussons plus loin l'analyse, et décomposons les prélèvements, qui déterminent les k_i, d'après les résultats pour lesquels ils sont prévus.

Ces prélèvements sont relatifs aux contributions données aux organismes sociaux chargés d'assurer de meilleures conditions de santé et de logement, et aux retraités qui ont cessé de faire partie de la population active.

Ces prélèvements, en dehors des améliorations directes que nous avons incorporées dans la définition de s_i, correspondent donc d'une part pour le fonctionnement des organismes sociaux à des termes de la forme $\Sigma s'_i m'_i$ et pour les retraités à des termes de la forme $r_i m''_i$, r_i étant le montant de la retraite et m''_i la fraction à prévoir dans la fabrication d'un objet.

Finalement la formule complète devient

$$p = \sum_0^n s_i m_i + \sum_0^{n'} s'_i m'_i + \sum_0^{n_{\text{IV}}} r_i m''_i + \sum_0^{n'''} l'_i p'_i \varepsilon'_i;$$

avec ce nouveau développement ces séries renferment tous les termes définissant le prix de la production.

m_i, m'_i et m''_i ne sont plus des constantes mais des fonctions respectives de s_i, s'_i, r_i dont la dérivée est actuellement positive, par rapport à la variation de salaire considéré.

L'amélioration du niveau de vie résultera de la diminution des coefficients m, m' et m'', et elle peut être très importante.

Ceci correspond à une nouvelle étude que nous avons entreprise, et que nous rédigeons.

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les nombres d'origine imaginaire et la notion de signe d'un nombre complexe.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

1. Qu'il me soit permis de rappeler que c'est un problème de mécanique des fluides qui m'a conduit à mettre en évidence et à définir le *concept de l'origine d'un nombre* (¹). La résistance $\mathcal{R}$ d'un corps, déplacé à une vitesse relative uniforme V dans un fluide, reste, dans certains cas et entre certaines limites, proportionnelle à V et change néanmoins de signe avec celui de V, ce qu'on peut exprimer en écrivant $\mathcal{R} = a\mathrm{V}|\mathrm{V}|$, où a est un paramètre et $|\mathrm{V}|$ la valeur absolue de V. Cette remarque m'a suggéré l'idée de chercher la solution générale *d'équations absolues* où figurent un ou plusieurs *passages à la valeur absolue* : $a|x-\alpha|+bx+c=0$, $a|x-\alpha|+b|x-\beta|+cx+d=0$, $\big||a_2x+b|+a_1x+b_1\big|+ax+b=0$, $ax^2+b|x|x+c|x|+dx+c=0$, etc. Nous nommons *ordre d'une équation absolue* linéaire ou de degré k, le nombre n des passages à la valeur absolue qui y figurent et *classes* de cette équation, les différentes dispositions de ces n opérations. Pour obtenir par un procédé uniforme les solutions d'équations absolues d'ordre linéaires et de classe quelconques, sans avoir recours à des inégalités, il était indispensable d'introduire l'opération inverse à celle du passage à la valeur absolue et, pour appliquer ensuite ce procédé aux équations absolues de degré supérieur au premier, d'étendre, en les généralisant, les concepts de signe et de valeur absolus aux nombres complexes $x+\sqrt{-1}\,y$.

2. *Les nombres d'origine imaginaire.* — J'ai nommé l'opération inverse précitée *retour à la valeur relative* et choisi comme symbole de cette opération le radical $\lceil\;$, rappelant celui de l'extraction d'une racine carrée :

$$(1)\qquad y=|x|,\qquad x=\pm\lceil y;\qquad y=x^2,\qquad x=\pm\sqrt{y}.$$

Ce symbole semble satisfaire aux conditions exigées par Leibniz pour les symboles *bien choisis*, celles d'être naturels et idéographiques. En effet, il n'existe pas, en raison des définitions admises, des nombres réels dont la valeur absolue soit négative, mais en comparant les symboles (1), on peut constater, qu'en regard de l'imaginaire $\sqrt{-1}$, la nouvelle imaginaire $\lceil -1$ apparaît aussi comme naturelle et indispensable (²).

(¹) *Comptes rendus*, **225**, 1947, pp. 552-554.

(²) En introduisant le symbole $\lceil\;$ (*Bull. de l'Institut Aérodyn. de Koutchino*, V, Moscou, 1914, p. 116), je ne savais pas encore que M. Jacques Hadamard l'avait déjà choisi

On peut préciser les particularités du nombre $\sqrt{-1}$ en appliquant le principe de G. Peacock ([3]) et H. Hankel ([4]) de la permanence des formes opératoires : Si deux formes exprimées en termes de l'arithmétique générale sont égales, elles continueront, en général, à l'être, lorsque ces termes cessent de représenter des grandeurs usuelles et, en conséquence, les opérations acquièrent aussi un contenu différent quelconque.

Pour les valeurs positives de y, on a, évidemment, $x = \pm\sqrt{y} = \pm y$, et, par conséquent, $\sqrt{y} = y$. En posant $y = -1$ et en désignant la valeur correspondante de x par $-j$, il vient : $j = -\sqrt{-1} = 1$, $-j = \sqrt{-1} = -1$, $|\pm j| = -1$. C'est en méditant sur la structure des formules $\sqrt{y} = y$, $j = 1 = -\sqrt{-1}$, qui semblaient contredire le principe d'identité $y = y$, $1 = 1$, que j'ai pu concevoir ([1]) le principe de la définition d'un nombre par sa valeur numérique et son origine. Les propriétés de l'unité j sont définies par son *origine imaginaire* $-\sqrt{-1}$. On peut aussi admettre, en généralisant ce

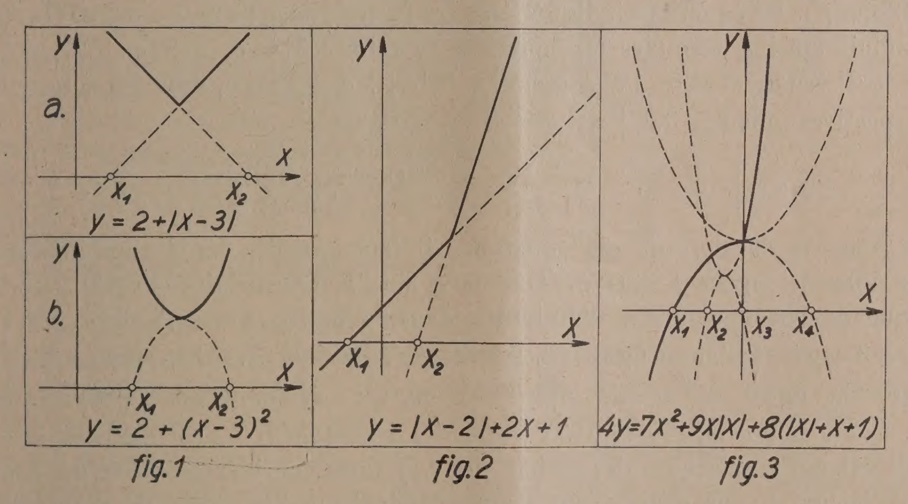


fig. 1 fig. 2 fig. 3

résultat, que $i = 1 = \sqrt{-1}$. Le bien-fondé de ces définitions trouve une confirmation remarquable dans les exemples donnés plus bas, dans la section 4.

3. *Signe et valeur absolue d'un nombre complexe.* — Le symbole $|x + iy|$ est

(*Ann. Sc. de l'École Normale Sup.*, 22, Paris, 1905, p. 132) pour exprimer la partie finie d'une intégrale divergente, mais dans une Note récente de M. F. Bureau (*Comptes rendus*, 225, 1947, p. 854), présentée par M. J. Hadamard, ce symbole est remplacé par l'abréviation *p fin* figurant au devant de l'intégrale divergente. Si cette notation explicite et commode est adoptée, le radical $\sqrt{}$ n'aura qu'une seule signification, celle du retour à la valeur relative.

([3]) *Report of the Third Meeting of the British Association*, London 1834, p. 198.

([4]) *Vorlesungen über die complexen Zahlen*, Leipzig, 1867, p. 11.

généralement défini comme module $+\sqrt{x^2+y^2}$ du nombre complexe $x+iy$. Cette interprétation est en désaccord avec le principe de Peacock-Hankel : en posant dans $|x|=+\sqrt{x^2}$, $x=\pm i$, il vient $|\pm i|=i$ et non pas $|\pm i|=1$. Il serait préférable d'utiliser un autre symbole pour exprimer $\sqrt{x^2+y^2}$ et d'interpréter $|x+iy|$, en se laissant guider par la théorie des équations absolues. Le procédé général de la solution de ces équations est basé sur l'application systématique des identités $x^2=|x|^2$, $x=\pm|x|=|x|\operatorname{sgn} x$, où le symbole $\operatorname{sgn} x=x:|x|$ a été introduit par L. Kronecker, dans ses recherches sur la théorie des nombres. On peut satisfaire à ces formes opératoires et, par conséquent, au principe de Peacock-Hankel, en posant $|x+iy|=(x+iy)\operatorname{sgn}(x+y)$, ce qui revient à considérer comme signe de $x+iy$, celui de $x+y$.

4. *Interprétation géométrique des nombres complexes.* — Pour illustrer les développements précédents, considérons quelques exemples. Cherchons les points d'intersection des lignes continues tracées dans les figures 1, 2, 3, définies par les équations indiquées sur ces figures, avec l'axe $y=c=0$. On est conduit ainsi à résoudre les équations, $2+|x-3|=0$, $2+(x-3)^2=0$, $|x-2|+2x-1=0$, $7x^2+9x|x|+8(|x|+x+1)=0$, dont les solutions respectives sont $x=3\pm\left|\overline{-2}\right.$, $x=3\pm\sqrt{-2}$,

$$x=2\pm\left|\overline{-\frac{3}{1\pm 2}}\right., \qquad x=\pm\left|\overline{-\frac{4(1\pm 1)}{7\pm 9}(\pm)_1\sqrt{\frac{16(1\pm 1)^2}{(7\pm 9)^2}-\frac{8}{7\pm 9}}}\right.,$$

où, dans la dernière de ces équations, il faut prendre les 4 combinaisons possibles des signes $\pm$ et $(\pm)_1$. On trouve ainsi comme origine et valeur numérique de chacune de ces solutions : dans la figure 1 *a*, $x_1=3-2j=1$, $x_2=3+2j=5$; dans la figure 1 *b*, $x_1=3-i\sqrt{2}=3-\sqrt{2}$, $x_2=3+i\sqrt{2}=3+\sqrt{2}$; dans la figure 2, $x_1=2-\left|\overline{3}\right.=-1$, $x_2=2-j=1$; dans la figure 3, $x_1=-\left|\overline{2}\right.=-2$, $x_2=-(1/2)j(1+i)=-1$, $x_3=(1/2)(i-1)=0$, $x_4=2j=2$. Les valeurs numériques des racines des équations considérées, correspondant aux valeurs du paramètre $c\neq 0$, définissent également les points des ensembles de lignes tracées dans les figures 1, 2, 3. Ces lignes se distinguent les unes des autres d'après l'origine de leurs points, qui peut être indépendante des unités i et j, ne contenir que l'une d'elles ou toutes les deux.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action de quelques substances de croissance additionnées soit de nitrate d'urane, soit de sulfate de manganèse sur la germination et la productivité du Blé.* Note [1] de M. **Paul Becquerel** et Mlle **Jacqueline Rousseau**.

Précédemment nous avons constaté que le trempage des grains dans les acides phénylacétique et indol β-acétique au 1/100000 avait une action

(1) Séance du 24 novembre 1947.

favorable sur la germination et le rendement du Blé. Est-ce que celle-ci serait encore accrue, comme nous l'avons trouvé pour le *Pisum sativum* si l'on y ajoutait soit du nitrate d'urane ou de sulfate de manganèse.

Pour nous en rendre compte, nous avons procédé comme avec les substances de croissance [2].

Le tableau ci-dessous donne le pourcentage des grains germés au bout de 2, 4, 6, 8 jours après 24 et 48 heures de trempage dans les dilutions précitées au 1/100, 1/1000; 1/10000, 1/100000 et leur mélange au 1/10000 et au 1/100000.

TABLEAU I.

	Pourcentage des grains germés au bout de							
	2 jours		4 jours		6 jours		8 jours	
Substances utilisées et dilution.	A.	B.	A.	B.	A.	B.	A.	B.
Nitrate d'urane 10^{-2}	15	0	22	0	28	2	34	5
Nitrate d'urane 10^{-3}	38	7	64	17	81	30	94	39
Nitrate d'urane 10^{-4}	70	22	82	40	91	57	99	74
SO^4Mn 10^{-2}	67	29	79	46	88	54	96	69
SO^4Mn 10^{-3}	71	49	86	62	91	70	99	87
SO^4Mn 10^{-4}	74	61	89	70	99	79	100	95
Nitrate d'urane 10^{-4} + SO^4Mn 10^{-4}	71	39	87	47	94	57	98	70
Nitrate d'urane 10^{-4} + ac. phénylacétique 10^{-5}	34	5	78	17	87	41	96	70
Nitrate d'urane 10^{-4} + acide indol β-acétique 10^{-5}	36	6	78	19	90	49	96	71
SO^4Mn 10^{-4} + ac. phénylacétique 10^{-5}	44	10	81	40	93	61	99	72
SO^4Mn 10^{-4} + ac. indol β-acétique 10^{-5}	39	10	79	37	91	56	97	71
Eau distillée	79	65	96	82	100	89	100	96

A. Trempage 24 heures; B. Trempage 48 heures.

Ces expériences nous montrent que le nitrate d'urane au 1/100 pour un trempage de 24 heures a un effet inhibiteur sur la germination, puisqu'au bout de 8 jours, il n'y a que 34 % des grains germés. Après 48 heures de trempage à la même dose, l'effet est plus marqué, puisqu'au bout de 8 jours 5 % seulement des grains ont germé. Au 1/1000 l'effet est encore sensible. Pour le sulfate de manganèse au 1/100, l'effet retardateur n'est sensible, après 24 heures de trempage, que pour les deux premiers jours de germination. Au 1/1000 et au 1/10000, pendant le même temps, cet effet se maintient, mais au bout de 8 jours de germination, le pourcentage est le même que pour les témoins. Après 48 heures de trempage le même effet est plus accusé. Dans le mélange de nitrate d'urane et de sulfate de manganèse au 1/10000 après trempage de 24 heures, la germination des grains, légèrement retardée dans les deux premiers jours, suit celle du lot témoin. Enfin, si nous ajoutons de l'acide phénylacétique ou indol β-acétique au 1/100000 au nitrate d'urane et au sulfate de manganèse au 1/10000, l'effet retardateur augmente les 4 premiers

(2) *Comptes rendus*, 222, 1947, p. 911.

jours de germination pour un trempage de 24 heures. Au bout de 8 jours cet effet disparaît puisqu'on observe 98 % de grains germés. Connaissant ces effets, nous avons cherché, seulement pour les grains trempés 24 heures dans les solutions précitées, comment ils se comportaient sur les terrains d'expérience de la Station de Beau-Site.

Dix lots de grains comparables, Vilmorin 27, furent constitués, dont un lot témoin. Ils furent semés en lignes le 24 mars dans les mêmes conditions de fumure comme dans les expériences de la Note précédente.

La maturité eut lieu vers le 24 juillet, sauf pour ceux traités par le nitrate d'urane 4 à 5 jours avant.

Dans le tableau suivant nous donnons les résultats obtenus, nombre d'épis par lot, composition des épis, nombre moyen de grains par épis, longueur moyenne des tiges en centimètres, poids des tiges en grammes, des glumes en grammes, des grains en grammes, et par extrapolation le rendement à l'hectare en quintaux.

TABLEAU II (Trempage 24 heures).

Dilution de la substance.	Nombre d'épis.	Nombre d'étages d'épillets total.	Nombre d'étages d'épillets stériles.	Nombre moyen de grains par épis.	Longueur moyenne des tiges (en cm).	Poids des tiges (en g).	Poids des glumes (en g).	Poids des grains (en g).	Ren[illegible] à l'[illegible] (en [illegible]
Témoins dans l'eau	709	18	3,5	27,5	64	493	179	789	26
Nitrate d'urane 10^{-3}	686	17	4	24,5	61	471	164	692	23
Nitrate d'urane 10^{-4}	712	18	3,5	28,5	66,5	521	197	882	29
SO_4Mn 10^{-3}	708	18,5	3,5	28,5	66,5	519	195	879	29
SO_4Mn 10^{-4}	715	19	2,8	31	67	529	207	1010	33
Nit. d'urane 10^{-4} + SO_4Mn 10^{-4}	710	18,5	3	30	67	521	201	981	3[illegible]
» + ac. phénylacét. 10^{-5}.	710	18	3	28	66,5	519	196	889	29
» + ac. indol β-acét. 10^{-5}.	708	18	3,2	27,5	66	512	187	832	26
SO_4Mn 10^{-4} + ac. phénylacét. 10^{-5}.	716	19	2,8	30	67	534	209	1034	3[illegible]
» + ac. indol β-acét. 10^{-5}.	711	18	3	28,5	66,5	514	201	986	3[illegible]

Le trempage des grains 24 heures dans le nitrate d'urane au 1/1000 diminue le rendement de 10 %, au 1/10 000 il augmente le rendement de 14 %. Le sulfate de manganèse au 1/1000 augmente le rendement de 13 % et au 1/10 000 de 27 %.

En mélange, une des deux solutions au 1/10 000 le sulfate de manganèse perd une partie de son action favorisante avec un rendement de 24 %.

Si nous ajoutons au nitrate d'urane au 1/10 000 de l'acide β indol-acétique au 1/100 000, l'augmentation de rendement n'est que de 5 %; en le remplaçant par de l'acide phénylacétique, le rendement monte à 14,5 %.

Avec le sulfate de manganèse au 1/10 000 plus l'acide β indol-acétique ou l'acide phénylacétique, le rendement s'accroît de 24 % pour le premier et de 30 % pour le second.

Ces résultats n'en sont pas moins intéressants, et il est possible qu'en cherchant un mélange encore plus efficace, mieux adapté au Blé, on puisse par cette méthode en améliorer le rendement.

GÉOGRAPHIE BOTANIQUE. — *Sur les exigences édaphiques de l'*Aceras anthropophorum (*L.*) *R. Br.* Note ([1]) de M. **René de Litardière.**

Nous avons été surpris de constater, durant nos dernières excursions en Corse (mai 1947), la présence de l'*Aceras anthropophorum* (L.) R. Br. dans diverses localités situées *en dehors des régions calcaires* où jusqu'ici la plante avait été seulement signalée. Cependant, M. Aylies l'avait déjà recueillie à l'adret de la Punta della Gianfena, Sud de Corte ([2]), très probablement sur protogine, à en juger d'après les indications de la Carte géologique.

Voici les localités, encore inédites, où nous avons observé cette intéressante Orchidacée :

Agriates : route de Saint-Florent à Ile-Rousse, à 3^{km} environ de Saint-Florent, pente herbeuse du maquis, sur serpentine, 80^{m} environ; Saint-André-de-Bozio, sentier de Piedilacorte à la chapelle de Saint-Pancrace, hêtraie au lieudit Murello, 920^{m} environ; entre l'église de Saint-André et Rebia, châtaigneraie, 800^{m} environ; pentes de Mezzane, sud de Rebia, garigue, 650^{m} environ. Ces trois dernières localités sont situées sur schistes lustrés.

L'*Aceras anthropophorum* a été considéré jusqu'ici comme une espèce essentiellement calcicole. Des géobotanistes, Contejean ([3]) et ensuite Magnin ([4]), le rangent parmi les « calcicoles exclusives ou presque exclusives, ne se rencontrant jamais qu'accidentellement, et sans s'y propager, sur les terrains assez pauvres en calcaire pour ne produire à froid aucune effervescence avec les acides ». Divers floristes, par exemple Hegi ([5]), Keller et von Soó ([7]), soulignent également que cette espèce croît « *seulement sur calcaire* ». En ce qui concerne la Corse, Briquet ([6]) donne aussi l'*Aceras* comme calcicole, en ajoutant qu'il est « peu fréquent à cause de la rareté des terrains, mais abondant quand on le trouve ».

L'analyse de la terre prélevée dans la rhizosphère de la plante en trois des localités ci-dessus énumérées a fourni les résultats suivants :

([1]) Séance du 24 novembre 1947.

([2]) Cf. R. de Litardière et E. Simon, *Bull. Soc. bot. Fr.*, 68, 1921, p. 35. Dans ce mémoire sont signalées un certain nombre d'autres localités de la région de Corte, où l'espèce est assez fréquente.

([3]) *Géogr. bot.*, 1881, p. 125.

([4]) *Observ. fl. Lyonnais*, chap. III (*Ann. Soc. bot. Lyon*, 12, 1884, pp. 165 et 73).

([5]) *Ill. Fl. M.-Eur.*, 2, p. 360.

([6]) *Monogr. und Icon. Orchid. Eur. und Mittelmeergeb.*, 2, p. 105.

([7]) *Prodr. fl. Corse*, 1, p. 380.

	Teneur en calcaire.	pH.
Agriates : Route de Saint-Florent à Ile-Rousse, sur serpentine.................	néant	7,56
Saint-André-de-Bozio à Mezzane, sur schistes lustrés................................	néant	7,21
Saint-André-de-Bozio, entre l'église et Rebia, sur schistes lustrés........................	néant	6,92

Il s'ensuit que l'*Aceras anthropophorum* est susceptible de croître, et ceci avec une vitalité tout à fait normale, dans des sols dépourvus de calcaire, mais à réaction basique ou neutre ([8]).

Cette plante, pensons-nous, se comporte sensiblement de la même façon que d'autres espèces, assez nombreuses et dont la plus représentative est le Buis, qui se montrent essentiellement calcicoles dans les parties boréales de leur aire de dispersion et indifférentes à l'égard de la nature du substratum dans les régions méridionales; cette calcicolie est purement thermique. Il nous apparaît que ce fait est illustré aussi par la présence de l'*Aceras* dans les stations aberrantes où il est susceptible de croître en Corse, telles que châtaigneraies et surtout hêtraies; la plante peut encore trouver dans ces stations une somme de chaleur suffisante à son développement normal.

ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Raymond Cornubert** est élu Correspondant pour la Section de Chimie.

DÉSIGNATIONS.

Sur la proposition de la Commission des Recherches Agronomiques, MM. **Emmanuel Leclainche**, **Gabriel Bertrand**, **Maurice Caullery**, **Charles Maurain**, **Charles Jacob**, **Maurice Javillier**, **Émile Roubaud**, **Roger Heim**, **Albert Demolon** sont désignés pour faire partie du Comité d'Études institué par l'**Académie d'Agriculture de France**, pour préparer la création d'un *Comité Français* et d'une *Union Internationale des Sciences agronomiques*.

MM. **Louis Blaringhem**, **Louis de Broglie**, **Albert Caquot**, **René Barthélemy** sont délégués à la Cérémonie qui aura lieu au Conservatoire National des Arts et Métiers, le 19 décembre 1947, pour commémorer le soixante-dixième anniversaire de l'ouverture par l'Académie des Sciences du Pli cacheté de **Charles Cros**, indiquant les idées suivant lesquelles le Phonographe pouvait être réalisé.

([8]) Les analyses mettent une fois de plus en relief qu'il n'existe pas de rapport entre la concentration en ions H du sol et sa teneur en carbonate de calcium.

CORRESPONDANCE.

M. **André Demay** prie l'Académie de bien vouloir le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Minéralogie, par le décès de M. *Léon Bertrand*.

M. **Raoul Lecoq** adresse un rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été attribuée sur la Fondation Villemot en 1946.

L'**Université de Lausanne** fait connaître les conditions d'attribution du *Prix Arnold Reymond, fondation Charles-Eugène Guye*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Association de Géographes français. *Bibliographie géographique internationale*. 1940-1944 (*L^e-LIVe Bibliographie annuelle*), publiée avec la collaboration de diverses Sociétés Savantes sous la direction de Elicio Colin (présenté par M. Em. de Martonne).

2° Encyclopédie biogéographique et écologique. II. *Observations écologiques en forêt de Basse Côte-d'Ivoire*, par Renaud Paulian (présenté par M. A. Chevalier).

3° Encyclopédie biologique. XXV. *Le livre des plantes médicinales et vénéneuses de France*, par Paul Fournier. Tome I (présenté par M. A. Chevalier).

4° Joseph De Toni. *Diagnoses Algarum Novarum post sylloges editionem descriptarum*. II. *Florideæ*. Centuria I.

5° Gouvernement général de l'Afrique occidentale française. Carte géologique de reconnaissance à l'échelle du 500000e. *Notices explicatives sur la feuille Kindia-Ouest et sur la feuille Kita-Ouest*.

ALGÈBRE. — *Une généralisation des polynomes de Hilbert.* Note (¹) de M. **Pierre Samuel**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Nous entendrons ici par *anneau nœtherien* un anneau commutatif où tout ensemble non vide d'idéaux a un élément maximal, par *anneau d'Artin* un anneau commutatif où tout ensemble non vide d'idéaux a un élément minimal. Rappelons (²) que tout anneau d'Artin à élément unité est nœtherien. Considérons l'anneau $\mathfrak{O} = A(x_1, \ldots, x_s)$ des polynomes en s lettres sur l'anneau d'Artin A. Soit $\mathfrak{a}$ un idéal homogène de $\mathfrak{O}$; nous noterons $\mathfrak{a}(n)$ l'ensemble des formes de degré n appartenant à $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{a}(n)$ est un A-module de

---

(¹) Séance du 10 décembre 1947.

(²) Jacobson, *Theory of rings*, New-York, 1943, th. 29, p. 71.

longueur finie $\varphi_{\mathfrak{a}}(n)$. On démontre, par récurrence sur la longueur de A, la généralisation suivante du théorème de Hilbert [3].

THÉORÈME 1. — *$\varphi_{\mathfrak{a}}(n)$ est un polynome en n, pour n assez grand.*

THÉORÈME 2. — *Soit $\mathfrak{b}$ l'idéal engendré par $(x_1, \ldots, x_s)$ dans $\mathfrak{O}$, $(\mathfrak{a} : \mathfrak{b})$ le transporteur (ou idéal quotient) de $\mathfrak{b}$ dans $\mathfrak{a}$. On a : $\varphi_{\mathfrak{a}}(n) = \varphi_{(\mathfrak{a}:\mathfrak{b})}(n)$ pour n assez grand.*

II. Nous allons maintenant appliquer ces résultats aux longueurs d'idéaux primaires dans les anneaux locaux. Rappelons qu'on appelle *anneau local* [4] un anneau $\mathfrak{O}$, nœtherien à élément unité où les éléments non inversibles forment un idéal $\mathfrak{m}$; tout idéal $\mathfrak{a} \neq \mathfrak{O}$ est donc contenu dans $\mathfrak{m}$. Rappelons aussi que $\bigcap_{n=1}^{\infty} \mathfrak{m}^n = \{0\}$ (th. de Krull); les puissances de $\mathfrak{m}$ définissent donc sur $\mathfrak{O}$ une topologie d'anneau séparé; on montre que la complétion $\overline{\mathfrak{O}}$ de $\mathfrak{O}$ est un anneau local, et que tout idéal d'un anneau local est fermé. Remarquons d'abord que tout idéal $\mathfrak{q}$ tel que $\mathfrak{m} \supset \mathfrak{q} \supset \mathfrak{m}^s$ est primaire pour $\mathfrak{m}$ (et réciproquement), et que $A = \mathfrak{O}/\mathfrak{q}$ est un anneau d'Artin. Par une $\mathfrak{q}$ *forme de degré n sur* $\mathfrak{O}$ nous entendrons un élément du A-module $F_n(\mathfrak{q}) = \mathfrak{q}^n/\mathfrak{q}^{n+1}$. Soit $F(\mathfrak{q})$ la somme directe $\sum_{n=0}^{\infty} F_n(\mathfrak{q})$. Nous munirons $F(\mathfrak{q})$ de la structure d'anneau suivante : si $\bar{x} \in F_n(\mathfrak{q})$ et $\bar{y} \in F_p(\mathfrak{q})$, $\bar{x}$ et $\bar{y}$ étant les classes mod $\mathfrak{q}^{n+1}$ et $\mathfrak{q}^{p+1}$ d'éléments $x \in \mathfrak{q}^n$ et $y \in \mathfrak{q}^p$, on vérifie immédiatement que la classe du produit xy mod. $\mathfrak{q}^{n+p+1}$ ne dépend que de $\bar{x}$ et de $\bar{y}$; étendant cette multiplication par linéarité, on vérifie aussitôt que $F(\mathfrak{q})$ est ainsi muni d'une structure d'anneau commutatif. Soit $\{x_1, \ldots, x_q\}$ une base de l'idéal $\mathfrak{q}$; il est facile de voir que $F(\mathfrak{q})$ est isomorphe au quotient de l'anneau de polynomes $A[X_1, \ldots, X_q]$ par un idéal homogène $\mathfrak{H}$. Nous déduisons alors des théorèmes 1 et 2 :

THÉORÈME 3. — *Si $\mathfrak{q}$ est un idéal primaire pour l'idéal maximal $\mathfrak{m}$ d'un anneau local, la longueur $P_{\mathfrak{q}}(n)$ de l'anneau $\mathfrak{O}/\mathfrak{q}^n$ est un polynome en n pour n assez grand.*

THÉORÈME 4. — *Si $\mathfrak{m}$ ne se compose pas uniquement de diviseurs de zéro, $(\mathfrak{q}^{n+1} : \mathfrak{q}) = \mathfrak{q}^n$ pour n assez grand.*

III. Nous passons maintenant à l'étude des idéaux primaires d'un anneau nœthérien général $\mathfrak{O}$. Soit $\mathfrak{q}$ primaire pour l'idéal premier $\mathfrak{p}$. On appelle *longueur de l'idéal primaire* $\mathfrak{q}$ la longueur d'une chaîne maximale d'idéaux *primaires pour* $\mathfrak{p}$ entre $\mathfrak{G}$ et $\mathfrak{q}$. L'étude des idéaux primaires pour $\mathfrak{p}$ (que, pour d'évidentes raisons géométriques, on pourrait appeler la « localisation à l'idéal premier $\mathfrak{p}$ »)

---

(3) *Über die theorie das algebraischen Formen* (*Math. Ann.*, 36, 1890, pp. 473-534).

(4) KRULL, *Dimensionstheorie in Stellenringen* (*J. Reine Angew. Math.*, 179, 1938, p. 209, Note K); CHEVALLEY, *On the theory of local rings* (*Ann. of Math.*), 44, 1943, pp. 690-708, Note LR); COHEN, *On the structure and ideal theory of complete local rings* (*Trans. Amer. Math. Soc.*, 59, 1945, pp. 54-106, Note C).

est grandement facilitée par la considération de l'anneau des quotients $\mathfrak{O}_{\mathfrak{p}}$ de l'idéal premier $\mathfrak{p}$ [5]. Rappelons que $\mathfrak{O}_{\mathfrak{p}}$ est un anneau local dont on note l'idéal maximal $\mathfrak{p}\mathfrak{O}_{\mathfrak{p}}$. Il y a correspondance biunivoque monotone entre les idéaux $\mathfrak{q}$ primaires pour $\mathfrak{p}$ et les idéaux primaires pour $\mathfrak{p}\mathfrak{O}_{\mathfrak{p}}$, $\mathfrak{q}\mathfrak{O}_{\mathfrak{p}}$ correspondant à $\mathfrak{q}$. A $(\mathfrak{q}\mathfrak{O}_{\mathfrak{p}})^n$ correspond la *puissance symbolique* $n^{\text{ième}}$ $\mathfrak{q}^{(n)}$ de $\mathfrak{q}$, c'est-à-dire la composante primaire de $\mathfrak{q}^n$ suivant $\mathfrak{p}$. On tire donc des théorèmes 3 et 4 :

THÉORÈME 5. — *Soit* $\mathfrak{q}$ *un idéal primaire pour l'idéal premier* $\mathfrak{p}$ *d'un anneau nœthérien quelconque* $\mathfrak{O}$. *Alors la longueur* $P_{\mathfrak{q}}(n)$ *de la puissance symbolique* $\mathfrak{q}^{(n)}$ *est un polynome en n pour n assez grand.*

THÉORÈME 6. — *Soit* $\mathfrak{s}$ *l'intersection de tous les idéaux primaires pour* $\mathfrak{p}$. *Si* $\mathfrak{p}/\mathfrak{s}$ *n'est pas un idéal premier de zéro dans* $\mathfrak{O}/\mathfrak{s}$ *et si* $\mathfrak{q}$ *est primaire pour* $\mathfrak{p}$, *on a* $(\mathfrak{q}^{(n+1)} : \mathfrak{q}) = \mathfrak{q}^{(n)}$ *pour n assez grand.*

Dans une prochaine Note nous appliquerons ces résultats aux notions de dimension et de multiplicité dans les anneaux locaux. Les démonstrations de ces deux Notes feront l'objet d'une publication ultérieure.

ALGÈBRE. — *Théorie non abélienne des corps de classes pour les extensions galoisiennes des corps de nombres algébriques : anneau principal; lois d'unicité, d'ordination, d'existence (forme provisoire), d'isomorphisme et de décomposition; loi de monodromie.* Note de M. **MARC KRASNER**, présentée par M. Élie Cartan.

Je conserve les notations de mes Notes précédentes [1]. Soient $\overline{K}/k$ une sous-extension de K/k, $\overline{\Gamma}$ une représentation de $\mathcal{G}_{K/\overline{K}}$, $r_{\overline{\Gamma}}$ sa représentation associée de $U_{K/\overline{K}}$, Γ la représentation de $\mathcal{G}_{K/k}$ induite par $\overline{\Gamma}$. $\overline{\mathfrak{P}} \to N_{\overline{K}/k}(\overline{\mathfrak{P}})$, où $N_{\overline{K}/k}(\ldots)$ est la norme de $\overline{K}$ à k, est un homomorphisme régulier d'ordre $(\overline{K}:k)$ de $U_{K/\overline{K}}$ dans un semi-groupe abélien libre $U \supset U_{K/k}$ d'idéaux de k dont la base ne diffère de celle de $U_{K/k}$ que par un ensemble fini d'idéaux, et la démonstration du théorème d'Artin [2] que $L(s, K/\overline{K}, \overline{\Gamma}) \sim L(s\, K/k, \Gamma)$ montre que r_{Γ} équivaut à l'induite de $r_{\overline{\Gamma}}$ par cet homomorphisme.

Considérons l'ensemble R_k des classes d'équivalence des représentations r_{Γ} associées aux représentations Γ des groupes de Galois $\mathcal{G}_{K/k}$ de toutes les extensions galoisiennes K de k. *C'est un anneau.* En effet, si $r, r' \in R_k$, il existe des extensions galoisiennes K/k et K'/k et des représentations Γ, Γ' des $\mathcal{G}_{K/k}$, $\mathcal{G}_{K'/k}$ telles que $r \sim r_{\Gamma}$ (donc $-r \sim r_{-\Gamma}$), $r' \sim r_{\Gamma'}$. Dès lors, si Γ^*, $\Gamma^{*\prime}$ sont des représentations de $\mathcal{G}_{KK'/k}$ identifiées avec Γ, Γ', on a $r_{\Gamma} \sim r_{\Gamma^*}$, $r_{\Gamma'} \sim r_{\Gamma^{*\prime}}$, d'où

---

(5) CHEVALLEY, *On the notion of the ring of quotients of a prime ideal* (*Bull. Amer. Math. Soc.*, 50, 1944, p. 93).

(1) *Comptes rendus*, 225, 1947, pp. 785 et 973.

(2) Voir H. HASSE, *Reziprozitätsgesetz*, Leipzig-Berlin, 1930.

(3) *Annals of Math.*, 48, 1947, p. 502.

$r+r' \sim r_{\Gamma'+\Gamma''}$ et $r\times r' \sim r_{\Gamma'\times\Gamma''}$ sont $\in R_k$. En vertu d'un récent théorème de R. Brauer [3], R_k est engendré par les induites par les homomorphismes normaux $\overline{\mathfrak{P}} \to N_{\overline{K}/k}(\overline{\mathfrak{P}})$ des associées $r_{\overline{\Gamma}}$ des représentations $\overline{\Gamma}$ des groupes de Galois $\mathcal{G}_{K/\overline{K}}$ pour les seules extensions K/k et $\overline{K}/k$ telles que K/k soit galoisienne et $K/\overline{K}$ soit cyclique. R_k sera appelé l'*anneau principal de* k.

L'ensemble $\mathfrak{T}_{K/k}$ des représentations (à l'équivalence près) r_Γ de $U_{K/k}$ associées aux représentations Γ de $\mathcal{G}_{K/k}$ *est un sous-anneau positivement complet de* R_k (car si K'/k est une surextension galoisienne de K/k, $\mathcal{O}(\mathcal{G}_{K/k})$ est positivement complet, en vertu de $\mathcal{G}_{K/k}=\mathcal{G}_{K'/k}/\mathcal{G}_{K'/K}$, dans $\mathcal{O}(\mathcal{G}_{K'/k})$, donc $\mathfrak{T}_{K/k}$ l'est dans $\mathfrak{T}_{K'/k}$; et si $r=r'(+)r''$, où $r\in\mathfrak{T}_{K/k}$ et où r', r'' sont $\in R_k$, il existe une surextension galoisienne K'/k de K/k telle qu'on ait $r, r', r''\in\mathfrak{T}_{K'/k}$, d'où $r'\in\mathfrak{T}_{K/k}$), qui sera dit l'*anneau de Takagi de* K/k. *On a* $\mathfrak{T}_{K/k}=\mathfrak{T}_{K'/k}$ *si, et seulement si* $K=K'$ *et l'on a* $\mathfrak{T}_{K/k}\subset\mathfrak{T}_{K'/k}$ *si, et seulement si* $K\subset K'$, ce qui constitue les lois *d'unicité* et *d'ordination*. Mais, *si* $\mathfrak{T}$ *est un sous-anneau positivement complet de* R_k *engendré par un ensemble fini de ses éléments, il existe une extension galoisienne finie* K/k *telle que* $\mathfrak{T}=\mathfrak{T}_{K/k}$: en effet, il existe une extension galoisienne finie K'/k telle que $\mathfrak{T}\subseteq\mathfrak{T}_{K'/k}$. $r_\Gamma\to\Gamma$ est un isomorphisme de $\mathfrak{T}$ sur un sous-anneau positivement complet $\overline{\mathcal{O}}$ de $\mathcal{O}(\mathcal{G}_{K'/k})$. Il existe donc un sous-groupe invariant g de $\mathcal{G}_{K'/k}$ tel que $\overline{\mathcal{O}}=\mathcal{O}(\mathcal{G}_{K'/k}/g)=\mathcal{O}(\mathcal{G}_{K/k})$, où K appartient à g dans K', d'où $\mathfrak{T}=\mathfrak{T}_{K/k}$. K/k est dite l'extension *associée à* $\mathfrak{T}$. Ceci est la forme provisoire de la loi d'*existence* (sa forme définitive sera donnée ultérieurement, en caractérisant R_k sans sortir de k).

Étant donné un sous-anneau fini positivement complet $\mathfrak{T}$ de R_k, une représentation Γ du groupe de Galois $\mathcal{G}_{K/k}$ de son extension associée K/k est irréductible si, et seulement si r_Γ l'est dans R_k. Les idéaux $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{p}'\in U_{K/k}$ seront dits *équivalents suivant* $\mathfrak{T}$ [notation : $\mathfrak{p}\equiv\mathfrak{p}'(\mathfrak{T})$] si, pour tout $r\in\mathfrak{T}$, on a $r(\mathfrak{p})=r(\mathfrak{p}')$. $\mathfrak{p}$ et $\mathfrak{p}'$ étant premiers, K/k a un même symbole d'Artin pour $\mathfrak{p}$ et pour $\mathfrak{p}'$ si, et seulement si $\mathfrak{p}\equiv\mathfrak{p}'(\mathfrak{T})$, car $r_\Gamma(\mathfrak{p})=\Gamma(\langle K/k;\mathfrak{p}\rangle)$, et l'on a pour deux classes d'éléments conjugués X et X' de $\mathcal{G}_{K/k}$ et pour tout Γ de $\mathcal{O}(\mathcal{G}_{K/k})$, $\Gamma(X)=\Gamma(X')$ si, et seulement si $X=X'$. Ainsi, $r_1, r_2, \ldots, r_s$ étant tous les éléments irréductibles de $\mathfrak{T}$ et $P_1, P_2, \ldots, P_s$ étant toutes les classes d'équivalence de $U_{K/k}$ suivant $\mathfrak{T}$, si φ_{ij} est la fonction caractéristique de $r_i(\mathfrak{p})$, où $\mathfrak{p}\in P_j$, φ_{ij} est aussi la fonction caractéristique de $\Gamma_i(X_j)$, où $r_i=r_{\Gamma_i}$, et où $X_j=\langle K/k;\mathfrak{p}\rangle$. Ainsi, la donnée de $\mathfrak{T}$ définit les fonctions caractéristiques des $\Gamma_i(X_j)$ pour toute représentation irréductible Γ_i et pour toute classe d'éléments conjugués X_j de $\mathcal{G}_{K/k}$, donc aussi les tableaux des g_{ius} (ce qui résulte aussi de l'isomorphisme $r_\Gamma\to\Gamma$) et des c_{jvt} pour ce groupe, les nombres d'éléments h_j des X_j [donc aussi leur somme, égale à $(K:k)$] et les degrés l_i des Γ_i. Ceci constitue la loi *d'isomorphisme*. Si $\mathfrak{p}\in P_j$ et si f_j est le p. p. c. m. des ordres des $\Gamma_i(X_j)=r_i(\mathfrak{p})$, c'est-à-dire le plus petit entier f tel que, pour tout $i=1,2,\ldots,s$ et pour tout zéro ε de φ_{ij} on ait $\varepsilon^f=1$, $\mathfrak{p}$ se décompose dans K

en $(K : k)$: f_j idéaux premiers de degré f_j, ce qui constitue la loi *de décomposition.*

Soient K′ une extension de k, $n' = (K' : k)$, $\mathfrak{p}$ un idéal premier (fini ou infini) de k, $\mathfrak{P}'$ un diviseur premier de $\mathfrak{p}$ dans K′, N(...) la norme absolue, D_k, $D_{K'} = D_k^{n'} N(D_{K'/k})$ les discriminants absolus des k, K′; $K'_{\mathfrak{P}'}/k_{\mathfrak{p}}$ étant l'extension locale pour $\mathfrak{P}'$ de K'/k, si K'/k est galoisienne, l'extension valuée $K'_{\mathfrak{P}'}/k_{\mathfrak{p}}$ l'est aussi, ne dépend que de $\mathfrak{p}$ et sera alors notée $(K'/k)_{\mathfrak{p}}$. Deux sous-extensions L/l et L'/l d'une extension L^* d'un corps l de nombres algébriques ou $\mathfrak{p}$-adiques seront dites *latérales* si LL'/L et LL'/L' sont non ramifiées.

Loi de monodromie : K, K′ *étant deux extensions de* k, *dont* K/k *galoisienne, si, pour tout diviseur premier* $\mathfrak{P}'$ *de* $D_{K/k}$ *dans* K′, $K'_{\mathfrak{P}'}/k_{\mathfrak{p}}$ *est latérale de* $(K/k)_{\mathfrak{p}}$ *et si, pour tout idéal premier* $\mathfrak{P}'$ *de* K′ *tel que* $N(\mathfrak{P}') \leqq |D_{K'}|^{n:2}$, *où* $n = (K:k)$, $K'_{\mathfrak{P}'}/k_{\mathfrak{p}}$ *est une surextension de* $(K/k)_{\mathfrak{p}}$, *on a* $K' \supseteq K$.

Démonstration. — Supposons qu'on n'a pas $K' \supseteq K$. Alors, $K^* = KK' \neq K'$ et K^*/K' est galoisienne, car K/k l'est. Donc, il existe un corps $K'' \neq K^*$ entre K′ et K^* tel que K^*/K'' soit abélienne et, pour tout diviseur premier $\mathfrak{P}^*$ de $D_{K/k}$ dans K^*, on a $K^*_{\mathfrak{P}^*} = K'_{\mathfrak{P}'} K_{\mathfrak{P}}$, donc $K^*_{\mathfrak{P}^*}/K'_{\mathfrak{P}'}$ (où $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$ sont des idéaux premiers des K, K′, K″ que $\mathfrak{P}^*$ divise) est non ramifiée et K^*/K' l'est aussi. Donc K^*/K'' et K''/K' le sont aussi et $|D_{K''}|$ est égal à $|D_{K'}|^{(K'':K')} \leqq |D_{K'}|^{n}$. Le groupe de Takagi $H_{K^*/K''}$ de K^*/K'' en est un de classes d'idéaux, et il existe une telle classe $C \notin H_{K^*/K''}$ et un idéal $Q'' \in C$ tel que $N(Q'') \leqq |\sqrt{D_{K''}}|$; parmi les facteurs premiers de Q'', il en existe un $\mathfrak{P}'' \notin H_{K^*/K''}$, et on a $N(\mathfrak{P}'') \leqq N(Q'') \leqq |D_{K'}|^{n:2}$. Donc, si $\mathfrak{P}^*$ est un diviseur premier de $\mathfrak{P}''$ dans K^* et divise les idéaux premiers $\mathfrak{P}$, $\mathfrak{P}'$ des K, K′ on a $K^*_{\mathfrak{P}^*} = K'_{\mathfrak{P}'} K_{\mathfrak{P}} = K'_{\mathfrak{P}'} \subseteq K''_{\mathfrak{P}''}$ et $\mathfrak{P}''$ se décompose complètement dans K^*. Contre l'hypothèse, on a $\mathfrak{P}'' \in H_{K^*/K''}$. Donc $K' \supseteq K$.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les parties réelle et imaginaire des formes minima d'une surface.* Note de M. **Louis Maneng**, présentée par M. Élie Cartan.

Les formes différentielles imaginaires, que M. V. Lalan appelle les *formes minima* (¹), peuvent être introduites dans l'étude des surfaces réelles sans invoquer la théorie des lignes de longueur nulle.

Soit Φ la seconde forme quadratique fondamentale d'une surface dont ds^2 désigne l'élément linéaire; le faisceau $\Phi + \lambda\, ds^2$ contient deux formes de rang un, et deux seulement, à savoir

$$\Phi - a\,ds^2 \quad \text{et} \quad \Phi - c\,ds^2,$$

a et c désignant les deux courbures principales. En effet, si l'on utilise le

(¹) *Comptes rendus*, 222, 1946, p. 632.

trièdre de Darboux, comme le fait M. E. Cartan ([2]), et si l'on désigne par ϖ_1, ϖ_2 les différentielles des arcs des lignes de courbure, on a

$$ds^2 = \varpi_1^2 + \varpi_2^2, \qquad \Phi = a\varpi_1^2 + c\varpi_2^2;$$

donc

$$\Phi - a\,ds^2 = (c-a)\varpi_2^2, \qquad \Phi - c\,ds^2 = (a-c)\varpi_1^2.$$

Supposons $a > c$ et posons, en nous limitant à une région sans ombilics,

$$\theta_1 = \sqrt{\Phi - c\,ds^2}, \qquad \theta_2 = \sqrt{a\,ds^2 - \Phi};$$

θ_1 et θ_2 sont deux formes linéaires réelles, grâce auxquelles les formes quadratiques s'écrivent

$$ds^2 = \frac{\theta_1^2 + \theta_2^2}{a-c}, \qquad \Phi = \frac{a}{a-c}\theta_1^2 + \frac{c}{a-c}\theta_2^2.$$

Par ailleurs, avec les formes minima ω_1 et ω_2, on a

$$ds^2 = \frac{4\omega_1\omega_2}{a-c}, \qquad \Phi = \omega_1^2 + 2\frac{a+c}{a-c}\omega_1\omega_2 + \omega_2^2.$$

La comparaison donne

$$2\omega_1 = \theta_1 + i\theta_2, \qquad 2\omega_2 = \theta_1 - i\theta_2.$$

Donc θ_1 et θ_2 *sont les parties réelle et imaginaire de la forme minima* ω_1.

Il suit de là que les invariants r et s, que M. Lalan introduits ([3]) par

$$d\omega_1 = r[\omega_1\omega_2], \qquad d\omega_2 = s[\omega_2\omega_1],$$

et qui, sur une surface réelle, sont imaginaires conjugués, peuvent se définir simplement à partir des formes θ_1 et θ_2. Posons, en effet,

$$d\theta_1 = \alpha[\theta_1\theta_2], \qquad d\theta_2 = \beta[\theta_2\theta_1],$$

et tenons compte des relations précédemment trouvées entre θ_1, θ_2, ω_1, ω_2; nous obtenons

$$2r[\omega_1\omega_2] = (\alpha - i\beta)[\theta_1\theta_2], \qquad 2s[\omega_2\omega_1] = (\alpha + i\beta)[\theta_1\theta_2].$$

Par ailleurs

$$2[\omega_1\omega_2] = -i[\theta_1\theta_2].$$

donc

$$r = \beta + \alpha i, \qquad s = \beta - \alpha i.$$

Donc, les *invariants simultanés* α *et* β *des formes* θ_1, θ_2 *sont respectivement les parties imaginaire et réelle de l'invariant* r.

([2]) *Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Paris, 1945, p. 128.

([3]) *Comptes rendus*, **223**, 1946, p. 707.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les lois de probabilité à régression linéaire et écart type lié constant.* Note [1] de Mlles **Colette Rothschild** et **Édith Mourier.**

Soient X et Y deux variables aléatoires et $\varphi(u, v)$ la fonction caractéristique de l'ensemble (X, Y). On dit qu'il y a régression linéaire de Y en X si la valeur moyenne de Y sous la condition $X = x$ est une fonction linéaire de x, $M_x Y = ax + b$. En centrant X et Y on se ramène au cas $b = 0$. La droite $y = ax$ est la droite de régression de Y en X.

M. Darmois [2] a démontré que la condition nécessaire et suffisante pour avoir régression linéaire de Y en X est

$$\frac{\partial\varphi}{\partial v}(u, 0) = a_1 \frac{\partial\varphi}{\partial u}(u, 0). \tag{1}$$

Soit $\sigma_x(Y)$ l'écart moyen quadratique lié de Y sous la condition $X = x$. Supposant (1) vérifiée, la condition nécessaire et suffisante pour que σ_x soit une constante σ_1 indépendante de x est

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}(u, 0) = a_1^2 \frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}(u, 0) - \sigma_1^2 \varphi(u, 0), \tag{2}$$

lorsque (1) et (2) sont vérifiées simultanément nous dirons qu'il y a régression linéaire de Y en X à σ lié constant.

Il y a régression linéaire de Y en X et de X en Y, à σ liés constants, si l'on a les relations (1) et (2) et aussi

$$\frac{\partial\varphi}{\partial u}(0, v) = a_2 \frac{\partial\varphi}{\partial v}(0, v), \tag{1'}$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}(0, v) = a_2^2 \frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}(0, v) - \sigma_2^2 \varphi(0, v). \tag{2'}$$

Posons

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial u^2}(0, 0) = -\mathfrak{M}X^2, \qquad \frac{\partial^2\varphi}{\partial v^2}(0, 0) = -\mathfrak{M}Y^2,$$

on déduit par dérivation des relations (1) et (1'), et des relations (2) et (2'), si $a_1 a_2 \neq 1$,

$$\frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2} = \frac{\mathfrak{M}_y X^2}{\mathfrak{M}_x Y^2} = \frac{\mathfrak{M}X^2}{\mathfrak{M}Y^2} = \frac{a_2}{a_1}.$$

Si $a_1 = a_2$ les droites de régression sont symétriques par rapport à la

---

(1) Séance du 1er décembre 1947.

(2) Communication au Congrès de l'A. F. A. A. S., 1945. D'après une communication de M. le Professeur Neyman, des résultats analogues ont été obtenus récemment dans des recherches entreprises sous sa direction. Enfin, dans *Econometrica*, juillet, 1947, p. 245, le même résultat a été obtenu par C. Radhakrishna Rao.

première bissectrice. On vérifie aisément que la loi de Laplace-Gauss

$$\varphi(u, v) = e^{\frac{1}{2}(u^2+2ruv+v^2)}$$

est de ce type. On a : $a_1 = a_2 = r$ et $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 1 - r^2$. Si $a_1 a_2 = 1$, les droites de régression sont confondues, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$, X et Y sont liées par une relation fonctionnelle $Y = aX$, presque sûre.

Application au schéma linéaire. — Supposons X et Y de la forme $X = e_1 + e_2$, $Y = e_1 + e_3$, e_1, e_2, e_3 étant 3 variables aléatoires indépendantes. Soient $\varphi(u, v)$, $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, $\varphi_3(t)$ les fonctions caractéristiques du couple (X, Y) et des variables aléatoires e_1, e_2, e_3. On a : $\varphi(u, v) = \varphi_1(u+v)\varphi_2(u)\varphi_3(v)$. Supposons dans tout ce qui suit e_3 centrée. La relation (1) s'écrit

$$\varphi_2(u) = [\varphi_1(u)]^{\frac{1-a}{a}}. \tag{3}$$

Pour avoir une régression linéaire, φ_1 doit être telle qu'il existe a tel que $\varphi_1^{\frac{1-a}{a}}$ soit fonction caractéristique. Cette condition est remplie quel que soit a si la loi de e_1 est indéfiniment divisible (³). Si $\varphi_1 = \varphi_0^m$ et $\varphi_2 = \varphi_0^n$, n et m entiers positifs, on a régression linéaire de Y en X à coefficient de régression rationnel $a = m/(m+n)$.

La relation (2) s'écrit

$$(1-a^2)\varphi_1''\varphi_2 - 2a\varphi_1'\varphi_2' - a^2\varphi_1\varphi_2'' + [\varphi_3''(0) + \sigma^2]\varphi_1\varphi_2 = 0. \tag{4}$$

Les relations (3) et (4) donnent les conditions nécessaires et suffisantes de régression de Y en X linéaire à σ constant. Si e_2 n'existe pas ($\varphi_2 = 1$), elles sont vérifiées pour $a = 1$, φ_1 quelconque et $\sigma^2 = -\varphi_3''(0)$. Dans ce qui suit nous supposons $a \neq 1$. L'élimination de $\varphi_2(u)$ entre (3) et (4) donne pour déterminer $\varphi_1(u)$

$$(1-a)[\varphi_1\varphi_1'' - \varphi_1'^2] + [\varphi_3''(0) + \sigma^2]\varphi_1^2 = 0. \tag{5}$$

Une première intégration conduit à

$$\left[\frac{d}{du}\log\varphi_1\right]^2 = C - 2\frac{\varphi_3''(0) + \sigma^2}{1-a}\log\varphi_1,$$

il y a deux cas à distinguer

1. *Cas général* $\varphi_3''(0) + \sigma^2 \neq 0$. — On a $\varphi_3''(0) < 0$; $[\varphi_1\varphi_1'' - \varphi_1'^2]_{u=0} < 0$ (⁴), et $\varphi_1^2(0) = 1$ d'après (5), on doit avoir

$$\frac{\varphi_3''(0) + \sigma^2}{1-a} > 0. \tag{6}$$

Comme il faut $\varphi_1(0) = 1$, $|\varphi_1(u)| \leq 1$, $\varphi_1(u)$ et $\varphi_1(-u)$ imaginaires conjugués,

---

(³) PAUL LÉVY, *Théorie de l'addition des variables aléatoires.*

(⁴) G. KUNETZ, *Thèse*, Paris, 1937.

la seule solution possible s'écrit

$$(7)\qquad \varphi_1'(u) = e^{-i\frac{\varphi_3''(0)+\sigma^2}{1-a}\beta u} \cdot e^{-\frac{\varphi_3''(0)+\sigma^2}{1-a}u^2},$$

β réel avec la condition (6); e_1 est Laplacienne de moyenne $[(\varphi_3''(0)+\sigma^2)/(1-a)]\beta$ et de variance $[\varphi_3''(0)+\sigma^2]/(1-a)$. D'après (3) e_2, donc X, est également Laplacienne.

2. *Cas particulier* $\varphi_3''(0)+\sigma^2=0$. On obtient

$$(8)\qquad \varphi_1(u) = e^{-\lambda|u|} \qquad (\lambda \text{ réel} > 0),$$

e_1 et e_2 donc X sont des variables de Cauchy. En conclusion on a, dans le cas du schéma linéaire régression linéaire, à σ constant de Y en X si, et seulement si e_1 et e_2, donc X, sont des variables Laplaciennes ou de Cauchy, e_3 étant quelconque, centrée.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Analyse harmonique des fonctions aléatoires et caractère stationnaire*. Note de MM. **André Blanc-Lapierre** et **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

I. Définitions. — a étant un nombre complexe, nous désignerons par $\underset{-(\varepsilon)}{a}$ (tous les ε vaudront $+1$ ou -1) le nombre a lui-même si $\varepsilon=+1$ et son conjugué harmonique $a^\star$ si $\varepsilon=-1$.

Nous dirons qu'une fonction aléatoire $x(\nu)[-\infty<\nu<+\infty]$ *est une fonction* $f_{(K)}$ (K entier >0) si, pour tout entier positif L, inférieur ou égal à K et pour tout groupe arbitraire $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_L$, la somme

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\cdots\int_{-\infty}^{+\infty}\left|\overline{\underset{-(\varepsilon_1)}{dx(\nu_1)}\,\underset{-(\varepsilon_2)}{dx(\nu_2)}\ldots\underset{-(\varepsilon_L)}{dx(\nu_L)}}\right|$$

a une valeur finie.

Nous dirons qu'une fonction aléatoire X(t) *est une fonction* $\Phi_{(K)}$ (K entier >0) *si elle peut se mettre sous la forme* [1]

$$(1)\qquad X(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{2\pi i\nu t}\,dx(\nu),$$

où $x(\nu)$ est une fonction $f_{(K)}$.

Nous dirons qu'une fonction aléatoire X(t) *est totalement stationnaire d'ordre* K (K entier >0) si, L étant un entier positif quelconque égal ou inférieur à K, $h_1, h_2, \ldots, h_L$ des constantes arbitraires et $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_L$ un groupe quelconque de ε, on a identiquement en t et τ

$$(2)\qquad \overline{\underset{-(\varepsilon_1)}{X(t+h_1)}\,\underset{-(\varepsilon_2)}{X(t+h_2)}\ldots\underset{-(\varepsilon_L)}{X(t+h_L)}} \qquad \overline{\underset{-(\varepsilon_1)}{X(t+\tau+h_1)}\,\underset{-(\varepsilon_2)}{X(t+\tau+h_2)}\ldots\underset{-(\varepsilon_L)}{X(t+\tau+h_L)}}.$$

---

[1] M. Loève, *Comptes rendus*, 220, 1945, pp. 295-380.

II. Théorème. — *Si* $X(t)$ *est une fonction* $\Phi_{(\infty)}$, *c'est-à-dire si l'on a*

$$X(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{2\pi\nu i t}\,dx(\nu).$$

où $x(\nu)$ *est une fonction* $f_{(K)}$ *pour* K *arbitrairement grand, la condition nécessaire et suffisante pour que* $X(t)$ *soit totalement stationnaire d'ordre infini est que,* K' *étant un entier positif quelconque, et les* $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_{K'}$ *étant arbitrairement choisis, l'élément différentiel :*

$$\overline{\underset{(\varepsilon_1)}{\underline{dx(\nu_1)}},\ \underset{(\varepsilon_2)}{\underline{dx(\nu_2)}},\ \ldots,\ \underset{(\varepsilon_{K'})}{\underline{dx(\nu_{K'})}},}$$

soit identiquement nul pour $\varepsilon_1\nu_1+\varepsilon_2\nu_2+\ldots\varepsilon_{K'}\nu_{K'}\neq 0$.

La démonstration repose sur les deux remarques suivantes :

a. Si $\Phi(t)$ est totalement stationnaire de tous ordres, alors, $\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \ldots, \mathcal{F}_K$ étant des filtres ([2]) *quelconques* (dont les gains uniformément bornés sont seulement soumis à certaines conditions de continuité), les transformées $\mathcal{F}_1[X(t)], \mathcal{F}_2[X(t)], \ldots, \mathcal{F}_K[X(t)]$ sont totalement stationnaires de tous ordres dans leur ensemble et réciproquement.

b. Si $\Phi(t)$ est totalement stationnaire de tous ordres, alors

$$(\mathcal{F}_1, \mathcal{F}_2, \ldots, \mathcal{F}_K ; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_K) \qquad \text{et} \qquad (\mathcal{F}'_1, \mathcal{F}'_2, \ldots, \mathcal{F}'_{K'} ; \varepsilon'_1, \varepsilon'_2, \ldots, \varepsilon'_{K'})$$

étant *deux groupes quelconques de filtres et de* ε, les deux fonctions aléatoires

$$\underset{(\varepsilon_1)}{\underline{\mathcal{F}_1[X(t)]}}\,\underset{(\varepsilon_2)}{\underline{\mathcal{F}_2[X(t)]}}\ldots\underset{(\varepsilon_K)}{\underline{\mathcal{F}_K[X(t)]}} \qquad \text{et} \qquad \underset{(\varepsilon'_1)}{\underline{\mathcal{F}'_1[X(t)]}}\,\underset{(\varepsilon'_2)}{\underline{\mathcal{F}'_2[X(t)]}}\ldots\underset{(\varepsilon'_{K'})}{\underline{\mathcal{F}_{K'}[X(t)]}}$$

sont stationnairement corrélées et réciproquement.

III. Remarques. — *a*. La *stationnarité totale de tous ordres* n'entraîne la *stationnarité au sens strict* que dans la mesure où les moments définissent la fonction de répartition.

b. Nous avons donné dans une Note antérieure, la condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait stationnarité au sens strict dans le cas de fonctions aléatoires à *spectre totalement discontinu* ([3]). Ce résultat a d'ailleurs été étendu depuis par M. P. Lévy ([4]) aux fonctions aléatoires du type

$$\sum_{(\nu)} \rho_\nu\, e^{i\omega_\nu t+\varphi_\nu},$$

où le Σ s'étend à une infinité dénombrable de termes, les φ_ν et les ρ_ν étant aléatoires, et c'est là le point nouveau introduit par M. P. Lévy, *les* ω_ν *pouvant eux aussi être aléatoires*.

([2]) A. Blanc-Lapierre et R. Fortet, *Comptes rendus*, **222**, 1946, pp. 467 et 713.

([3]) A. Blanc-Lapierre et R. Fortet, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1155.

([4]) *L'analyse harmonique des fonctions aléatoires stationnaires. Colloque sur l'analyse harmonique*, Nancy, juin 1947.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur les caractéristiques aérodynamiques des ailes rectangulaires en dérive et à axe parabolique.* Note ([1]) de MM. **Elie Carafoli** et **Nicolas Tipei.**

Soient Ox l'axe parallèle à la vitesse dans le plan de l'aile et Oy l'axe normal, dans le même plan, parallèle à la direction générale de l'envergure.

Supposons, pour simplifier, une intensité tourbillonnaire $\partial\Gamma/\partial x$ constante le long de la corde, pour une section d'aile située à une distance y du milieu. En prenant pour axe la ligne médiane de l'aile, si b est l'envergure, λ l'allongement, $\delta\eta$ l'angle de dérive au point d'ordonnée y_1 sur Oy_1, V_0 la vitesse du courant, et si l'on fait le changement de variable $y_1 = -(b/2)\cos\psi$, on trouve *l'angle induit supplémentaire* par rapport à l'aile droite ($\delta\eta = 0$), dont l'expression en un point $y = -(b/2)\cos\varphi$ est donnée par la formule [F. Weinig, *Schiebende und gepfeilte Traflügel* (*Luftfahrtforschung*, 20 février 1937)]

$$(1)\qquad \varepsilon = -\frac{1}{2\pi l V_0}\int_0^{\pi}\frac{\operatorname{tg}\delta\psi\,\dfrac{d\Gamma}{d\psi}}{\sqrt{1+\lambda^2(\cos\varphi-\cos\psi)^2}}\,d\psi.$$

1. *Aile en dérive.* — La formule (1) donne pour l'aile rectangulaire en dérive ($\delta = \lambda$), en considérant la valeur Γ constante le long de l'envergure, hypothèse en bon accord avec les résultats théoriques et expérimentaux,

$$(2)\qquad \varepsilon_d = \frac{\operatorname{tg}\delta\lambda A_1}{4}\left(\frac{1}{\sqrt{1+\lambda^2(1+\cos\varphi)^2}}+\frac{1}{\sqrt{1+\lambda^2(1-\cos\varphi)^2}}\right).$$

La parenthèse de la formule (2) peut être développée en un polynome trigonométrique en $\cos\varphi, \ldots, \cos n\varphi$, ce qui nous permet d'appliquer la méthode de E. Carafoli ([2]), pour la détermination des coefficients $A'_1 \ldots A'_n$ dus à l'angle de dérive δ. En désignant par $\mu_0 = k/2\lambda = 0{,}87\,\pi/2\lambda$, on trouve respectivement :

$$(3)\qquad \begin{cases} A'_2 = (0{,}0779\lambda - 0{,}0025\lambda^2 - 0{,}3048\sqrt[3]{\lambda})\,\lambda\,\dfrac{\mu_0}{2\mu_0+0{,}44}\,\dfrac{\operatorname{tg}\delta}{2}\,\dfrac{C_z}{\pi\lambda},\\[2ex] A'_4 = \dfrac{0{,}1943\,A'_2 - 0{,}0396\,\lambda\sqrt[3]{\lambda}\,\dfrac{\operatorname{tg}\delta}{2}\,\dfrac{C_z}{\pi\lambda}}{4\mu_0+0{,}63},\\[2ex] A'_6 = \dfrac{0{,}1939\,A'_4 + 0{,}02675\,A'_2 - 0{,}0323\,\lambda\sqrt[3]{\lambda}\,\mu_0\,\dfrac{\operatorname{tg}\delta}{2}\,\dfrac{C_z}{\pi\lambda}}{6\mu_0+0{,}632},\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ A'_{2p} = \dfrac{0{,}1930\,A'_{2p-2} + 0{,}2675\,A'_{2p-4}}{2p\mu_0+0{,}640},\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{cases}$$

([1]) Séance du 1er septembre 1947.

([2]) *Théorie des ailes d'envergure finie* (*Analele Academiei Române*, série III, 20, mem. 4, 1945, pp. 53-59).

2. *Aile parabolique.* — D'après la formule (1), si f et la flèche de l'arc parabolique d'ouverture b, on a

$$(4)\qquad \varepsilon_d = \frac{f\lambda A_1}{2b}\left(\frac{1-\cos\varphi}{\sqrt{1+\lambda^2(1+\cos\varphi)^2}} + \frac{1+\cos\varphi}{\sqrt{1+\lambda^2(1-\cos\varphi)^2}}\right).$$

En observant que pour les ailes symétriques les coefficients sont impairs ($n = 2p+1$) et en appliquant toujours la même méthode, on obtient

$$(5)\qquad \begin{cases} A'_1 = \dfrac{4,197 - 2,633\sqrt[3]{\lambda} + 0,2231\lambda - 0,00353\lambda^2}{\mu_0 + 0,8231}\dfrac{f\lambda\mu_0}{2b}\dfrac{C_z}{\pi\lambda}, \\ A'_3 = \dfrac{0,1678A'_1 + (0,50\sqrt[3]{\lambda} - 0,078\lambda + 0,00123\lambda^2)\dfrac{\mu_0\lambda}{2b}\dfrac{C_z}{\pi\lambda}}{3\mu_0 + 0,6312}, \\ A'_5 = \dfrac{0,194A'_3 + 0,0267A'_1 + 0,124\lambda\sqrt[3]{\lambda}\mu_0\dfrac{f}{2b}\dfrac{C_z}{\pi\lambda}}{5\mu_0 + 0,6345}, \\ A'_7 = \dfrac{0,1938A'_5 + 0,0267A'_3 + 0,075\lambda\sqrt[3]{\lambda}\mu_0\dfrac{f}{2b}\dfrac{C_z}{\pi\lambda}}{7\mu_0 + 0,638}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots, \\ A'_{2p+1} = \dfrac{0,1932A'_{2p-1} + 0,0267A'_{2p-3}}{(2p+1)\mu_0 + 0,6405}. \end{cases}$$

Dans le calcul des coefficients ci-dessous on a négligé l'influence du tourbillon courbe lié, les vitesses induites par ce tourbillon aux différents points de l'axe étant très réduites.

Remarque. — L'arc parabolique peut être assimilé, si la flèche f/b n'est pas trop grande, à l'arc circulaire. Les formules (5) sont valables dans ce cas pour l'aile circulaire également, la relation qui relie l'angle θ, au centre, à la flèche étant

$$\frac{f}{b} = \frac{1}{2}\operatorname{tg}\frac{\theta}{4} = \frac{\theta}{8}.$$

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les équations du mouvement des fluides parfaits.* Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Jean Chazy.

Nous allons mettre les équations de l'Hydrodynamique sous une forme très voisine de l'équation de continuité, en variables d'Euler. Il en résulte immédiatement, sous forme intégrale, le théorème d'Euler sous sa forme la plus générale.

Nous partirons de l'identité

$$\frac{\partial}{\partial x}\rho u^2+\frac{\partial}{\partial y}\rho uv+\frac{\partial}{\partial z}\rho uw+\frac{\partial}{\partial t}\rho u$$
$$=u\left(\frac{\partial}{\partial x}\rho u+\frac{\partial}{\partial y}\rho v+\frac{\partial}{\partial z}\rho w+\frac{\partial}{\partial t}\rho\right)+\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+w\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial u}{\partial t}\right),$$

dont le second membre se simplifie grâce à l'équation de continuité. On y reconnaît, de plus, la projection de l'accélération sur l'axe des x. Nous avons alors le système d'équations suivant entre les cinq fonctions u, v, w, p, ρ, auquel il faut adjoindre l'équation d'état

$$(1)\quad\begin{cases}\dfrac{\partial}{\partial x}(p+\rho u^2)+\dfrac{\partial}{\partial y}\rho uv+\dfrac{\partial}{\partial z}\rho uw+\dfrac{\partial}{\partial t}\rho u=\rho X,\\[2mm] \dfrac{\partial}{\partial x}\rho uv+\dfrac{\partial}{\partial y}(p+\rho v^2)+\dfrac{\partial}{\partial z}\rho vw+\dfrac{\partial}{\partial t}\rho v=\rho Y,\\[2mm] \dfrac{\partial}{\partial x}\rho uw+\dfrac{\partial}{\partial y}\rho vw+\dfrac{\partial}{\partial z}(p+\rho w^2)+\dfrac{\partial}{\partial t}\rho w=\rho Z,\\[2mm] \dfrac{\partial}{\partial x}\rho u+\dfrac{\partial}{\partial y}\rho v+\dfrac{\partial}{\partial z}\rho w+\dfrac{\partial}{\partial t}\rho=0.\end{cases}$$

On peut donner à ce système une forme plus remarquable, et presque symétrique, par le changement de notations

$$\begin{array}{lll} x_1=x, & u_1=u\sqrt{\rho}, & F_1=\rho X,\\ x_2=y, & u_2=v\sqrt{\rho}, & F_2=\rho Y,\\ x_3=z, & u_3=w\sqrt{\rho}, & F_3=\rho Z,\\ x_4=t, & u_4=\sqrt{\rho}, & \end{array}$$

où le vecteur F_1, F_2, F_3 est la force agissant sur l'unité de masse. Le système (1) devient

$$\frac{\partial}{\partial x_1}(p+u_1^2)+\frac{\partial}{\partial x_2}u_1u_2+\frac{\partial}{\partial x_3}u_1u_3+\frac{\partial}{\partial x_4}u_1u_4=F_1,$$
$$\frac{\partial}{\partial x_1}u_1u_2+\frac{\partial}{\partial x_2}(p+u_2^2)+\frac{\partial}{\partial x_3}u_2u_3+\frac{\partial}{\partial x_4}u_2u_4=F_2,$$
$$\frac{\partial}{\partial x_1}u_1u_3+\frac{\partial}{\partial x_2}u_2u_3+\frac{\partial}{\partial x_3}(p+u_3^2)+\frac{\partial}{\partial x_4}u_3u_4=F_3,$$
$$\frac{\partial}{\partial x_1}u_1u_4+\frac{\partial}{\partial x_2}u_2u_4+\frac{\partial}{\partial x_3}u_3u_4+\frac{\partial}{\partial x_4}u_4^2=0.$$

La dissymétrie de la dernière équation provient de l'absence d'un terme en $\partial p/\partial x_4$ et de l'absence du second membre.

Le système (1) est facile à mettre sous forme intégrale. Laissant de côté les cas d'une et de deux dimensions spatiales, considérons le cas de l'espace ordinaire : multiplions chacune des trois premières équations par $dx\,dy\,dz\,dt$, et intégrons dans un volume donné à quatre dimensions de l'espace à quatre

dimensions x, y, z, t : nous désignons ce volume par Ω et par Σ sa frontière. Les équations (1) se prêtent à l'intégration et donnent des intégrales triples prises sur la frontière Σ,

$$\iiint_\Sigma \rho u\,(u\,dy\,dz + v\,dz\,dx + w\,dx\,dy)\,dt + \iiint_\Sigma p\,dy\,dz\,dt$$
$$= \iiint_\Sigma \rho u\,dx\,dy\,dz + \iiiint_\Omega \rho X\,dx\,dy\,dz\,dt,$$
$$\iiint_\Sigma \rho v\,(u\,dy\,dz + v\,dz\,dx + w\,dx\,dy)\,dt + \iiint_\Sigma p\,dz\,dx\,dt$$
$$= \iiint_\Sigma \rho v\,dx\,dy\,dz + \iiiint_\Omega \rho Y\,dx\,dy\,dz\,dt,$$
$$\iiint_\Sigma \rho w\,(u\,dy\,dz + v\,dz\,dx + w\,dx\,dy)\,dt + \iiint_\Sigma p\,dx\,dy\,dt$$
$$= \iiint_\Sigma \rho w\,dx\,dy\,dz + \iiiint_\Omega \rho Z\,dx\,dy\,dz\,dt;$$

soit, sous une forme vectorielle,

$$\iiint_\Sigma \rho \vec{V}(\vec{V}\,.\,\vec{d\sigma})\,dt + \iiint_\Sigma p\,\vec{d\sigma}\,dt = \iiint_\Sigma \rho \vec{V}\,d\tau + \iiiint_\Omega \rho \vec{F}\,d\tau\,dt.$$

Dans le cas d'un mouvement permanent, et pour un hypercylindre de génératrices parallèles à l'axe des temps, on retrouve la forme classique du théorème d'Euler et ses différentes extensions aux mouvements périodiques. Ici, la section du volume Ω pour laquelle t a une valeur constante est un volume fluide au sens habituel, variable, qui naît, se développe et disparaît.

La forme différentielle donnée aux premiers membres des équations (1), comme sommes de quatre dérivées, peut s'étendre aux mouvements d'un corps élastique ou d'un fluide visqueux.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la solution du problème des atmosphères modèles où le coefficient d'absorption est une fonction quelconque de la fréquence.* Note [1] de M. **Vladimir Kourganoff**, présentée par M. Bernard Lyot.

Nous nous proposons d'aborder, par une extension de la méthode *variationnelle* [2], le problème fondamental du cas réel où le coefficient d'absorption $\varkappa_\nu$ est une *fonction quelconque de la fréquence*, dans une atmosphère pour laquelle g, T_e et la composition chimique sont donnés.

Désignons par f_p, φ_p, Φ_p et w_i, des *fonctions connues*, ou aisément calculables, de leurs arguments.

---

[1] Séance du 3 novembre 1947.

[2] *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 491. Note désignée ci-dessous par III. Voir aussi J. Le Caine, *Phys. Rev.*, 72, 1947, p. 564.

La théorie de l'ionisation donne $P_G = f_1(T, P_e)$; $\overline{\mu} = f_2(T, P_e)$; et $\rho = f_3(T, P_e)$. Des tables établies au moyen de la « moyenne de Rosseland » donnent $T = f_0(x)$, que nous adopterons comme « champ des températures » de première approximation, en vue d'une *itération*. En éliminant T, on trouve $P_G = f_4(x, P_e)$ et $\rho = f_5(x, P_e)$.

L'expression rigoureuse de l'équilibre mécanique est donnée par l'équation

$$(1) \qquad \frac{dP_G}{dx} + \frac{1}{c}\frac{dK}{dx} = -g\rho, \qquad \left(K = \frac{1}{2}\int_0^\infty \int_{-1}^{+1} I_\nu \mu^2 \, d\mu \, d\nu\right)$$

et, en première approximation, $3K = caT^4$. Rappelons enfin que dans une atmosphère $g = \text{const}$. L'équation (1) se transforme aisément en une équation du premier ordre $dP_e/dx = f_6(x, P_e)$ dont la solution donne $P_e = f_7(x)$. D'où également $\rho = f_8(x)$.

La mécanique quantique donne $\varkappa_\nu = f_9(\nu, T, \rho)$, que nous pouvons désormais transformer en $\varkappa_\nu = f_{10}(\nu, x)$. D'où la profondeur optique $\tau_\nu = f_{11}(x, \nu)$.

Utilisons l'équation de transfert sous la forme intégrale, due à Milne ([3]),

$$(2) \quad \mathcal{F}_\nu(\tau_\nu) = 2\int_{\tau_\nu}^\infty J_\nu(t)\, K_2(t - \tau_\nu)\, dt - 2\int_0^{\tau_\nu} J_\nu(t)\, K_2(\tau_\nu - t)\, dt \qquad \text{(notations d'Unsöld).}$$

Considérons un système de *fonctions de base donné* $\varphi_p(\tau_\nu)$, et posons

$$(3) \qquad J_\nu(\tau_\nu) = \text{« \textit{fonction source} »} = \text{Ergiebigkeit} = \sum_{p=1}^{N} A_p(\nu)\, \varphi_p(\tau_\nu).$$

Les $A_p(\nu)$ représentent, pour chaque fréquence ν, un ensemble de N constantes *inconnues*. Substituant le développement (3) dans (2), il vient

$$(4) \qquad \mathcal{F}_\nu(\tau_\nu) = \sum_{p=1}^{N} A_p(\nu)\, \Phi_p(\tau_\nu).$$

Effectuons les intégrations par rapport à ν par une formule d'intégration numérique de la forme

$$(5) \qquad \int_0^\infty H(\nu)\, d\nu = \sum_{i=1}^{n} \beta_i H(\nu_i)$$

avec des β_i et des ν_i déterminés par la méthode d'intégration adoptée ([4]).

Si l'on pose alors, pour abréger l'écriture, $y_r = A_p(\nu_i)$ et $w_r(x) = \beta_i \Phi_p(\tau_{\nu_i})$,

---

([3]) Cf. par exemple, E. Hopf, *Cambridge mathematical tracts*, n° 31, p. 22, éq. (54).

([4]) Cf. par exemple A. Reiz. *Ark. f. Mat. Astr. och Fysik*, Bd. 29, A, n° 29, Stockholm, 1943.

avec $r = i + n(p-1)$ et $\tau_{\nu_i} = f_{11}(x, \nu_i)$, il vient

$$(6)\qquad \mathcal{F}(x) = \text{flux intégré} = \int_0^\infty \mathcal{F}_\nu(\tau_\nu)\,d\nu = \sum_{r=1}^{R=nN} \varpi_r y_r,$$

et la condition de la conservation du flux, exprimée par le minimum de l'intégrale σ (cf. III), fournit les *équations normales*

$$(7)\qquad \sum_r D_{sr} y_r = F E_s \qquad (s, r = 1, 2, 3, \ldots, R),$$

où

$$(8)\qquad D_{sr} = \int_0^\infty \varpi_s(x)\varpi_r(x)\,dx, \qquad E_s = \int_0^\infty \varpi_s(x)\,dx, \qquad F = aT_e^4.$$

D'où, en désignant par $\| \overline{D}_{sr} \|$ la matrice inverse de $\| D_{sr} \|$,

$$(9)\qquad y_r = F \sum_s E_s \overline{D}_{sr}.$$

Nous adoptons l'hypothèse de l'équilibre thermodynamique local, qui s'exprime par $J_\nu(\tau_\nu) = B_\nu(T) =$ Fonction de Planck. On trouve alors aisément, en appliquant (5) à (3), et en tenant compte de ce que $B = aT^4$ et $F = aT_e^4$,

$$(10)\qquad \boxed{T^4 = T_e^4 \sum_s \sum_r E_s \overline{D}_{sr}\, \overline{\varphi}_r(x)} \qquad \text{où} \quad \overline{\varphi}_r(x) = \beta_i \varphi_p(\tau_{\nu_i}).$$

Le nouveau champ des températures, défini par (10), doit être, pour des raisons physiques, plus proche du champ réel que le champ provisoire $T = f_0(x)$. On procédera ensuite par *itération*, en faisant jouer au champ (10) le rôle de $f_0(x)$. L'hypothèse de travail de la convergence du procédé se contrôlera automatiquement par la comparaison des champs successifs.

Notons qu'à partir du *deuxième tour* d'itération, on pourra évaluer rigoureusement le terme en K de (1), car on pourra trouver K en fonction de x, en utilisant l'expression de K_ν en fonction de J_ν (cf. Hopf, *loc. cit.*, p. 22) et les formules (5), (3) et (9), ou, encore, en utilisant la relation $4\,dK/dx = \int_0^\infty \chi_\nu \mathcal{F}_\nu\,d\nu$ avec (5) et (9).

La méthode dont nous venons d'esquisser les grandes lignes possède l'avantage d'être tout à fait *générale*, ce qui constitue un progrès considérable sur les autres méthodes proposées jusqu'ici.

ASTROPHYSIQUE. — *Les isotopes du carbone et de l'azote dans les étoiles de classe* R *et* N. Note [1] de Mme **Alice Daudin** et M. **Charles Fehrenbach**, présentée par M. Bernard Lyot.

Dans une Note précédente [2], nous avons signalé l'existence de l'isotope C^{13} du carbone dans certaines étoiles des classes R et N.

Reprenant cette étude sur des spectres à plus grande dispersion, nous avons confirmé l'existence de C^{13} dans les bandes de Swan et dans le système rouge de CN. Les nouveaux spectres montrent certains détails de structure que nous pouvons attribuer aux molécules $C^{12}N^{15}$ et $C^{13}N^{15}$. L'enregistrement ci-joint montre en 1, 2, 3 les branches R_1, R_2, Q_1 de la molécule $C^{12}N^{14}$ en 1′, 2′, 3′ les sommets correspondants de $C^{13}N^{14}$ et en *a*, *b*, *c* ceux de $C^{12}N^{15}$. Les sommets $C^{13}N^{15}$ sont bien visibles, nettement à droite des sommets précédents.

Nous avons mesuré, sur les microphotogrammes, les déplacements isotopiques Δx (en mm) entre les sommets principaux dus à $C^{12}N^{14}$ et les sommets secondaires attribués par nous à $C^{12}N^{15}$ et $C^{13}N^{15}$ respectivement.

Le tableau ci-joint donne les résultats de nos mesures : les nombres correspondent aux trois branches R_2, R_1, Q_1.

Nous indiquons aussi les moyennes :

		19 Psc.		W Ori.		U.U Aur.		S Cep		Valeur théorique.
Bande (5,1)	$C^{12}N^{15}$..	9,2 9,3 9,2	9,2	9,0 8,7	8,9	8,9 8,7 8,8	8,8			8,9
	$C^{13}N^{15}$..	20,8 20,4 20,4	20,5	20,5 21,5	21,0	21,1 20,9	21,0			21,5
» (7,3)	$C^{12}N^{15}$..	6,1 7,5	6,8	7,2 6,9	7,1					7,1
» (3,0)	$C^{12}N^{15}$..	7,0 6,7	6,8	7,2 6,5	6,8	7,0 6,7	6,8			6,3
	$C^{13}N^{15}$..	15,2 14,2	14,7	15,3 14,8	15,1		14,8			14,9
» (4,1)	$C^{12}N^{15}$..	6,4	6,4	6,6 5,7 5,9	6,1	6,0 5,8 5,5	5,8	6,7 6,0 6,2	6,3	5,9
	$C^{13}N^{15}$..	13,6 13,6 13,4	13,5	13,8 13,8	13,8	13,8 13,8	13,8	13,5 13,6	13,5	14,1

Avec les valeurs du tableau, nous pouvons calculer les quantités $(\rho - 1)$

---

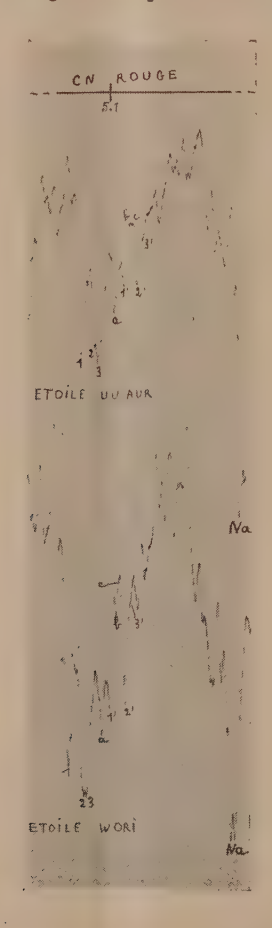
(1) Séance du 17 novembre 1947.

(2) *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 1083.

voir notre Note précédente ([2])] et les comparer aux valeurs théoriques.

	$C^{12}N^{15}$.	$C^{13}N^{14}$.	$C^{13}N^{15}$.
$(\rho-1)_{obs.}$	$-0,0157$	$-0,0200$	$-0,0360$
$(\rho-1)_{théor.}$	$-0,0154$	$-0,0209$	$-0,0368$

D'après ces résultats numériques, la présence de N^{15} semble très probable;



de plus les atomes C^{12}, C^{13}, N^{14} et N^{15} expliquent toutes les absorptions visibles dans la région centrale de la bande. Comme C^{13}, l'atome N^{15} est stable et sa présence ici n'est pas surprenante.

La mesure des intensités des bandes n'est pas facile (fond continu mal défini sur nos enregistrements, courbe de croissance inconnue). Néanmoins il semble bien que le rapport des intensités N^{15}/N^{14} est inférieur au rapport C^{13}/C^{12}. Si l'on suppose que le nombre d'atomes est proportionnel aux intensités, on trouve des rapports N^{15}/N^{14} compris entre 0,1 et 0,3. L'abondance de N^{15} est donc bien plus forte dans ces étoiles que sur la Terre. Ce résultat important doit être

vérifié. Notre identification n'est basée que sur l'excellent accord numérique entre les valeurs théoriques et expérimentales de $(\rho - 1)$. Comme le montre notre enregistrement, les intensités dans les bandes isotopiques ne sont pas exactement les mêmes que dans les bandes principales. Cette objection ne nous paraît pas très grave, à cause de la complexité de la structure de ces bandes.

L'analyse des bandes avec une plus grande dispersion s'impose. Elle permettra de rechercher l'atome radioactif C^{14} qu'on semble deviner sur certains enregistrements.

ASTROPHYSIQUE. — *Utilisation du télescope électronique en photométrie stellaire.* Note de MM. **André Lallemand** et **François Lenouvel**, présentée par M. Bernard Lyot.

Dans ces dernières années, la cellule à multiplicateurs d'électrons a permis d'effectuer des mesures photométriques précises s'étendant à des étoiles faibles. Cette méthode ne permet cependant que l'observation d'une seule étoile exigeant un pointage précis et contrôlé de l'instrument d'observation. Le télescope électronique, tout en conservant une sensibilité spectrale aussi étendue que la cellule à multiplicateurs d'électrons, permet de réaliser un récepteur extrêmement sensible dont le champ étendu permet une identification et une exploration beaucoup plus rapide du ciel. D'autre part le télescope électronique, reconstituant des images, permet une interprétation facile de ce que l'on observe : tout dérangement causé par de mauvais isolements, des émissions parasites d'électrons est immédiatement visible, ce qui n'est pas toujours le cas lorsqu'on utilise une cellule à multiplicateurs d'électrons.

L'un de nous a pu réaliser une série d'observations à l'Observatoire de Haute-Provence, en utilisant un télescope électronique. L'appareil est constitué par une photocathode semi-transparente dont la sensibilité spectrale s'étend jusqu'à $1^{\mu},2$; une lentille électrostatique reproduit l'image électronique de la photocathode sur un écran fluorescent qui en restitue une image visible de couleur verte. A côté de l'image stellaire formée sur la photocathode, on peut juxtaposer l'image d'une étoile artificielle dont la magnitude est ajustable à l'aide d'un coin photométrique. On peut comparer très aisement, sur l'écran fluorescent, les deux images et leur donner un aspect identique en agissant sur le coin photométrique; on peut mesurer ainsi le flux de l'étoile observée.

Cette mesure est grandement facilitée par le fait que l'écran fluorescent reconstitue deux images ayant une couleur et un aspect identiques quelle que soit la composition spectrale de l'astre observé, ce que l'on ne peut jamais obtenir par des méthodes purement visuelles. Lorsque l'observation porte sur une étoile faible, le fond lumineux de l'écran gène la mesure en diminuant la visibilité de l'étoile et peut la faire disparaître. Le fond lumineux est produit par les électrons qui s'échappent de la surface entière de la photocathode, c'est

une émission d'origine thermique qui obéit à la loi de Richardson. Pour la faire disparaître et améliorer la sensibilité du télescope électronique, il faut refroidir la photocathode. Ceci a été réalisé en plaçant le télescope électronique dans une enceinte refroidie par de petits blocs de neige carbonique. La formation de buée et de givre sur les faces d'entrée de la lumière a été évitée en rechauffant électriquement ces faces.

Les observations ont porté surtout sur les étoiles rouges de classe C et M, pour lesquelles la sensibilité spectrale du télescope était particulièrement bien adaptée. On pouvait d'ailleurs limiter le domaine spectral étudié au moyen des filtres de Schott RG^{1} et UG^{7}, soit de $0^{\mu},7$ à $1^{\mu},2$ et de $0^{\mu},9$ à $1^{\mu},2$; il est possible aussi de projeter sur la photocathode le spectre de l'étoile et d'effectuer des mesures spectrophotométriques.

Le télescope électronique constitue donc un moyen commode d'étudier le rayonnement émis par les étoiles dans la bande infrarouge de $0^{\mu},8$ à $1^{\mu},4$. Il est plus particulièrement adapté à l'étude des étoiles variables des classes C et M. Dans les conditions où nous l'avons utilisé, il permet encore d'observer des étoiles de magnitude visuelle 14 et de spectre M8 avec un miroir de $0^{m},80$. Les résultats des observations seront donnés dans une prochaine Note.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *A propos du calcul pratique de la limite d'une variable.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Dans une Note antérieure ([1]) nous avons examiné diverses solutions possibles de ce problème du calcul des valeurs-limites, que nous avons rencontré surtout dans la sommation des *séries divergentes* telles que celles introduites par les équations différentielles de certains problèmes difficiles de chaleur. La méthode, comme on l'a dit, consistait, une fois que, par nos méthodes ([2]), la série était mise sous la forme d'un développement asymptotique de première espèce, à déterminer la limite de la somme s_n des n premiers termes du développement, dont on ne retient que la première partie, d'apparence convergente. Un problème difficile se pose quand s_n a une allure *ondulée*; alors on sépare le développement en *deux* développements partiels, d'allure continue, représentés chacun par une expression limitée suivant les puissances de n^{-1}; et c'est d'une *moyenne* entre l'un deux et une *interpolation* de l'autre, que l'on cherche à déduire la limite, cette moyenne étant mise elle aussi sous la forme d'une expression limitée en n^{-1}. (On recommence s'il subsiste un peu d'ondulation.)

On peut *améliorer* le procédé de diverses manières. En donnant un *poids*

([1]) P. Vernotte, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1546.

([2]) P. Vernotte, *Théorie et pratique des séries divergentes* (*Publications scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, n° 207).

différent aux deux suites dont on cherche la moyenne, on peut augmenter beaucoup *l'approche* visible vers la limite. On augmente encore la rapidité de la convergence de cette moyenne en formant les expressions limitées partielles susdite suivant les puissances négatives des binomes *distincts* $(N+n)$ et $(M+n)$ qui tiennent mieux compte de l'allure propre de chacune d'elles, et non plus seulement les puissances négatives de n. Il arrivera ainsi, souvent, qu'on aura la limite en prenant la *moyenne* des dernières valeurs trouvées pour la moyenne pondérée.

Bien entendu, de telles procédures n'auraient aucun sens si les branches descendantes de nos développements asymptotiques n'étaient pas effectivement *représentables* par des expressions du type indiqué; et cela peut fort bien arriver, le point à *l'infini* étant généralement, pour une fonction, une singularité *essentielle*. Mais on peut dire que, lorsque l'allure n'a pas la neutralité qui permette cette représentation en n^{-1}, on le sait généralement à l'avance.

Quand on doit calculer avec une grande précision une valeur qui *interpole* des ordonnées expérimentales, le plus sage est généralement d'utiliser une *expression* analytique traduisant bien l'allure de l'expérience, et nous avons donné jadis ([3]) une formule à *cinq* termes particulièrement heureuse. Mais ici une telle méthode ne conviendrait pas, car il s'agit d'une *extrapolation* : c'est seulement *dans* l'intervalle donné que l'allure est correctement représentée, et les applications de la formule que nous avons tentées à l'infini ont été *désastreuses*.

C'est parce qu'une expression formée suivant les puissances négatives de n ou de $(N+n)$ est bien *neutre*, qu'on peut espérer trouver une valeur assez correcte de la limite par son *terme constant*. Il y a un procédé très simple pour le calculer *séparément*. Si l'on a utilisé des n^{-1}, jusqu'à n^{-p}, on forme la différence p^e des ordonnées y_i préalablement multipliées par i^p, et l'on divise le résultat par $p!$

Mais l'emploi de cette représentation en n^{-1}, bien neutre, ne peut donner de bons résultats que si les données présentaient *la même* neutralité. Si elles esquissent un maximum ou une inflexion, cette *minuscule* perturbation va complètement changer l'extrapolation à l'infini, et la valeur-limite trouvée sera *très différente* de celle qu'on attendait.

Si les diverses *recettes* que nous indiquons échouent, en ce qu'elles conduisent à une valeur-limite inadmissible, on doit considérer qu'il *n'y a aucun* remède, et que l'on échoue parce qu'on cherche la limite d'une variable *mal choisie*, dont l'allure s'avérerait profondément *irrégulière* si le nombre des données était *plus* grand. Le remède est de former *une autre* variable. Par exemple, si le problème était de sommer une série divergente, c'est que la

---

([3]) *Comptes rendus*, **210**, 1940, p. 329.

méthode employée pour la ramener à un développement asymptotique de première espèce était trop *brutal*, et qu'on avait voulu rendre trop *convergent* le début du développement.

ÉLECTRICITÉ. — *Affaiblissements dans les lignes composées.* Note [1] de M. **Philippe Marmet.**

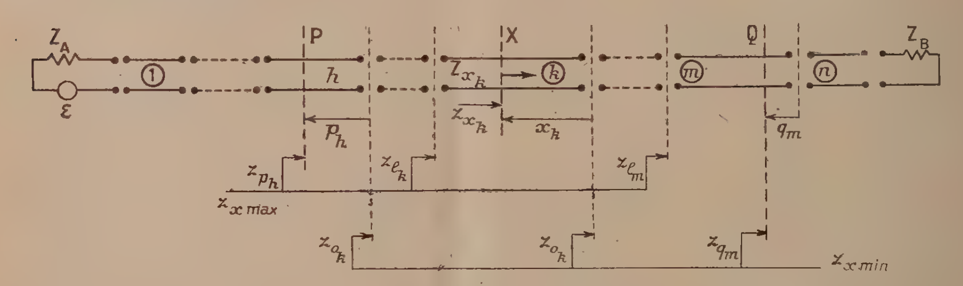
On appellera ligne composée une suite AB de n lignes homogènes fermée sur des impédances $\mathfrak{Z}_A$ et $\mathfrak{Z}_B$ et alimentée par une source de f.é.m $\mathcal{E}$ et d'impédance nulle, placée en série, soit avec $\mathfrak{Z}_A$, soit avec $\mathfrak{Z}_B$.

Les grandeurs électriques (courant, tension, etc.) en tous points d'une telle ligne se déduisent des lois d'Ohm et de Joule, et des rapports $(\mathcal{G}_P/\mathcal{G}_Q)$ des valeurs prises par chaque grandeur $\mathcal{G}$ en deux points quelconques P et Q de la igne.

Le point Q étant à l'aval de P, le rapport $(\mathcal{G}_P/\mathcal{G}_Q)$ sera appelé *affaiblissement vectoriel de* P *à* Q de la grandeur $\mathcal{G}$ et désigné par $[\mathcal{A}_{\mathcal{G}}]_P^Q$.

Considérons une suite de n lignes homogènes numérotées de 1 à n en allant de la source vers le récepteur, et appelons $\mathfrak{Z}c_k$, γ_k, l_k l'impédance caractéristique, la constante de propagation et la longueur de la ligne de rang k.

Calculons d'abord les réflexions par la méthode de Kennelly, qui consiste à définir la réflexion à l'extrémité d'une ligne d'impédance caractéristique $\mathfrak{Z}c$ fermée sur une impédance $\mathfrak{Z}$ différente de $\mathfrak{Z}c$ par le rapport $(\mathfrak{Z}/\mathfrak{Z}c) = \text{th}\, z$, z étant l'argument de réflexion.



Désignons par o_k la sortie de la ligne k (point d'abscisse zéro comptée *en s'éloignant du récepteur*). On démontre que l'argument de réflexion z_{0_k} en ce point est donné de proche en proche par les formules

$$\mathfrak{Z}_B = \mathfrak{Z}c_n \,\text{th}\, z_{0_n} \qquad \mathfrak{Z}c_k \,\text{th}\, z_{0_k} = \mathfrak{Z}c_{k+1} \,\text{th}\,(z_{0_{k+1}} + \gamma_{k+1} l_{k+1}).$$

Les valeurs numériques des arguments $z_{0_n} \ldots z_{0_k} \ldots$ s'obtiennent en traçant sur le topogramme des tangentes hyperboliques vectorielles un *diagramme des arguments* représentatif des formules ci-dessus.

---

[1] Séance du 24 novembre 1947.

Plus généralement, appelons x_k l'abscisse d'un point X de la ligne k, comptée de o_k à l_k en s'éloignant du récepteur. L'impédance $\mathfrak{Z}_{x_k}$ vue de X vers le récepteur étant différente de $\mathfrak{Z}_{c_k}$, on peut définir en ce point un « argument *formel* de réflexion » z_{x_k} donné par

$$\mathfrak{Z}x_k = \mathfrak{Z}c_k \operatorname{th} z_{x_k}, \qquad \text{d'où} \qquad z_{x_k} = z_{0_k} + \gamma_k x_k,$$

et dont on lit également la valeur numérique sur le diagramme des arguments.

Le calcul ci-dessus des réflexions, la loi d'Ohm et les équations de la propagation permettent d'établir que les affaiblissements vectoriels d'un point P_h de la ligne h à un point Q_m de la ligne m sont donnés par

$$[\mathfrak{A}_{\mathcal{G}}]_{P_h}^{Q_m} = \frac{F(z_{p_h})}{F(z_{0_h})} \cdots \frac{F(z_{l_k})}{F(z_{0_k})} \cdots \frac{F(z_{q_m})}{F(z_{q_m})} = \prod_{P_h}^{Q_m} \frac{F(z_{x_{\max}})}{F(z_{x_{\min}})},$$

$z_{x_{\max}}$ et $z_{x_{\min}}$ désignant les arguments de réflexion réels ou formels aux points d'abscisses maxima et minima de chaque ligne ou tronçon de ligne compris entre P_h et Q_m, et F une fonction hyperbolique qui dépend de la nature de $\mathcal{G}$.

Cette fonction est $\operatorname{sh} z_x$ pour la tension, $\operatorname{ch} z_x$ pour le courant, $\operatorname{th} z_x$ pour l'impédance, et $\operatorname{sh} 2z_x$ pour la puissance.

Il en résulte que les lois d'Ohm et de Joule sont applicables aux affaiblissements vectoriels :

$$\mathfrak{A}_{\mathfrak{Z}} = \frac{\mathfrak{A}_{\mathfrak{U}}}{\mathfrak{A}_{\mathfrak{J}}} \qquad \text{et} \qquad \mathfrak{A}_{\mathfrak{P}} = \mathfrak{A}_{\mathfrak{Z}} . \overline{\mathfrak{A}_{\mathfrak{J}}}^2 .$$

Si la ligne est alimentée par l'autre extrémité, les affaiblissements de Q_m à P_h, c'est-à-dire en sens inverse, sont donnés par les mêmes formules générales, les abscisses étant prises en sens inverse, ainsi que le calcul des réflexions.

Le théorème de Thévenin et le théorème de réciprocité de Maxwell permettent d'établir que l'affaiblissement de force électromotrice dans un sens est égal à l'affaiblissement de courant dans l'autre sens :

$$|\mathfrak{A}_{\mathcal{E}}|_P^Q = |\mathfrak{A}_{\mathfrak{J}}|_Q^P \qquad \text{et} \qquad |\mathfrak{A}_{\mathcal{E}}|_Q^P = |\mathfrak{A}_{\mathfrak{J}}|_P^Q.$$

Il résulte de ces considérations que toute grandeur en un point P de la ligne, alimentée par exemple en A, a même valeur qu'aux bornes d'une source de force électromotrice $\mathcal{E}_P$ et d'impédance $\mathfrak{Z}_P^A$ débitant directement dans un récepteur d'impédance $\mathfrak{Z}_P^B$, les valeurs de $\mathcal{E}_P$, $\mathfrak{Z}_P^A$, $\mathfrak{Z}_P^B$ étant données par

$$\mathcal{E}_P = \frac{\mathcal{E}}{[\mathfrak{A}_{\mathcal{E}}]_A^P}, \qquad \mathfrak{Z}_P^A = \mathfrak{Z}_A[\mathfrak{A}_{\mathfrak{Z}}]_P^A, \qquad \mathfrak{Z}_P^B = \mathfrak{Z}_B[\mathfrak{A}_{\mathfrak{Z}}]_P^B.$$

Les relations ci-dessus sont applicables aux lignes thermiques équivalentes aux murs, la température jouant le rôle de la tension et le flux de chaleur le rôle du courant, en même temps qu'il exprime la puissance.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'effet Volta*. Note [1] de M. **Georgi Nadjakov**, présentée par M. Frédéric Joliot.

Dans une Note précédente [2] nous avons décrit la partie expérimentale d'une nouvelle méthode pour mesurer l'effet Volta. Dans cette Note, nous voulons déduire la théorie de cette méthode.

On peut déduire la théorie de cette méthode électrométrique en suivant directement la voie classique de Maxwell, proposée pour l'électromètre à quadrants, ou la voie de la méthode simultanée que nous avons proposée pour n'importe quel système électrométrique de torsion [3].

Dans notre système (schéma *b* de la figure de la Note précédente), les coefficients de capacité et d'induction, grâce à la symétrie, s'expriment selon Maxwell, par

$$c_{ik} = \pm(\varkappa \pm \beta\alpha), \qquad \frac{\partial c_{ik}}{\partial \alpha} = \pm\beta, \tag{1}$$

où α est la déviation de l'aiguille, $\varkappa$ et β sont constantes. β représente la capacité d'un secteur de l'aiguille de l'unité d'angle. Dans nos conditions, nous avons deux valeurs pour la constante β, au-dessus de l'une et l'autre paires de quadrants :

$$\beta' = \frac{\rho^2}{4\pi\delta_1} \quad \text{et} \quad \beta'' = \frac{\rho^2}{4\pi\delta_2},$$

où ρ est le rayon de l'aiguille, δ_1 et δ_2, leurs distances des surfaces des quadrants.

La formule de notre système suit, comme on sait, de l'équilibre entre le couple de torsion mécanique $D\alpha$ et les couples électriques

$$D\alpha = \frac{1}{2}\sum_{i,k=1}^{n} \frac{\partial c_{ik}}{\partial \alpha} v_i v_k. \tag{2}$$

En tenant compte des coefficients (1) dans notre système et vu que les potentiels des deux paires de quadrants sont égaux entre eux et sont nuls en même temps, on déduit de la formule générale (2) le résultat suivant

$$D\alpha = \frac{1}{2}(\beta' - \beta'')v_2^2 \quad \text{ou} \quad \alpha = \varkappa v_2^2. \tag{3}$$

Dans cette formule α est la déviation et v_2 est le potentiel de l'aiguille par rapport aux quadrants, les autres grandeurs sont constantes. v_2 se compose de deux termes : le potentiel auxiliaire V et la différence de potentiels de contact aiguille-quadrants v_{12}.

---

(1) Séance du 24 novembre 1947.

(2) *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 1061.

(3) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 546.

Or, pour une certaine valeur de v_{12} et en commutant V, on obtient les deux déviations respectives α_1 et α_2

$$\alpha_1 = \varkappa(+V + v_{12})^2,$$
$$\alpha_2 = \varkappa(-V + v_{12})^2.$$

Ces déviations α_1 et α_2 sont très grandes et en dehors de notre échelle. Nous ne les connaissons pas, et par la compensation mécanique, elles sont amenées sur l'échelle où l'on peut trouver facilement leur différence

(4) $$\alpha_1 - \alpha_2 = 4\varkappa V v_{12} = \varkappa_1 v_{12}.$$

Cette différence est proportionnelle à la valeur de l'effet Volta v_{12}, qui suit, comme nous l'avons vu dans la Note précédente, de l'expérience.

En compensant l'effet Volta par une valeur v_c convenablement choisie, on obtient, après la commutation, la même déviation

(5) $$\alpha_1 = \alpha_2, \qquad \alpha_1 - \alpha_2 = 0, \qquad v_{1,2} = -v_c$$

parce que

$$v_2^2 = (\pm V + v_{12} + v_c)^2 = V^2 = \text{const.}$$

Les résultats théoriques coïncident avec les résultats expérimentaux.

Nous donnerons ultérieurement les applications de cette méthode et les résultats numériques en adaptant la même méthode pour des mesures dans le vide.

OPTIQUE. — *Définition et procédé de mesure du pouvoir de transmission dans la reproduction photographique.* Note [1] de Mlle **Jeanne Gaultier du Marache**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans le cas des images fournies par les appareils d'optique, la transformation de Fourier permet une comparaison mathématique entre l'objet et son image. Soient $F(x, y)$ et $F'(x, y)$ la répartition de l'énergie lumineuse dans l'objet et dans l'image; $G(u, v)$ et $G'(u, v)$ les transformées de ces deux fonctions. On peut poser

(1) $$G'(u, v) = G(u, v).H(u, v),$$

$H(u, v)$ est le *facteur de transmission* des fréquences u, v. Nous appelons *limite du pouvoir de transmission* la plus haute fréquence transmise [2].

J'ai appliqué la définition des *facteurs de transmission* donnée par l'équation (1) aux images photographiques. L'objet est alors constitué par la répartition d'énergie lumineuse que reçoit l'émulsion; l'image est constituée

(1) Séance du 17 novembre 1947.

(2) P. M. Duffieux, *L'Intégrale de Fourier et ses applications à l'Optique*, Besançon, 1947.

par la répartition du noircissement. J'utilise un objet périodique en forme de créneaux : c'est la glace striée d'une trame de photogravure. On prend l'image photographique par contact afin d'éviter l'interposition d'un objectif et l'intervention de son *facteur de transmission* propre. L'objet $f(x)$ et sa transformée $g(u)$ ne dépendent que d'une variable. Avec une approximation que j'ai discutée précédemment ([2]), nous pouvons considérer qu'il en est de même de l'image photographique $f'(x)$ et de sa transformée $g'(u)$. L'objet et l'image étant périodiques sont identifiables à des séries de Fourier dont les transformées sont les suites des coefficients de chaque série, suites que l'on peut représenter par un graphique de points. Dans les Notes précédentes ([3]), j'ai indiqué la méthode employée pour déterminer $g(u)$ et $g'(u)$; le *facteur de transmission* de la fréquence u est le quotient de $g'(u)$ par $g(u)$. J'ai utilisé quatre trames dont les périodes sont 403, 207, 128, 103 μ, le rapport entre la largeur de l'intervalle transparent et la période restant voisin de 1/2. Les images ont été prises sur deux types d'émulsions : films Kodak-Pathé, Super XX rapide, à gros grains (pouvoir de résolution bas); Duplicating 1203 à grains fins (pouvoir de résolution élevé).

L'examen des résultats permet les remarques suivantes. Les *facteurs de transmission* dépendent non seulement de l'émulsion, mais aussi de l'objet. Ils occupent un domaine limité dans la région des basses fréquences. Le graphique des *facteurs de transmission* se présente comme une suite de dents de scie avec un maximum très accentué qui n'est jamais à l'origine. Il semble que pour une même émulsion la valeur de ce maximum augmente avec la fréquence fondamentale de l'objet. Avec un même objet la période limite sur l'émulsion à grains fins est inférieure — exceptionnellement égale — à la période limite sur l'émulsion à gros grains; le rapport entre ces deux périodes est très variable suivant l'objet. Sur une même émulsion la limite de transmission varie avec l'objet. Cependant la plupart des périodes limites restent voisines de 25 μ; les valeurs extrêmes sont 43 et 13,5 μ.

Il est naturel de comparer ce *pouvoir de transmission* au pouvoir de résolution classiquement défini par l'industrie photographique comme étant la période de la mire de plus haute fréquence dont l'image photographique reproduit distinctement les traits. La période limite du pouvoir de résolution est réalisée par la période fondamentale de l'objet, tandis que la période limite du *pouvoir de transmission* fait partie d'un ensemble mathématique qui définit la forme d'un objet dont la période fondamentale est beaucoup plus grande. La plupart des périodes limites de transmission que j'ai obtenues sont supérieures aux périodes limites de résolution des mêmes émulsions déterminées suivant la méthode classique des mires et en opérant par contact ([4]). Le *pouvoir de trans-*

([3]) *Comptes rendus*, **219**, 1944, p. 582; **223**, 1946, p. 80.

([4]) Mesures faites aux Laboratoires Kodak-Pathé par R. Pinoir.

mission traduit cette qualité que Narath appelle l'*exactitude géométrique* ([5]) qui indique « dans quelle mesure l'image photographique développée se différencie de l'image aérienne ». Cette qualité est représentée d'une façon précise par le graphique des *facteurs de transmission*. L'allure générale du graphique, et plus spécialement son allure au voisinage de la fréquence limite ainsi que la valeur de cette fréquence, renseignent sur la façon dont l'image photographique reproduit les détails de l'objet.

SPECTROSCOPIE. — *Variation avec la température du spectre de phosphorescence de l'azote.* Note ([1]) de M. **Louis Herman** et Mme **Renée Herman**, présentée par M. Jean Cabannes.

On connaît depuis longtemps l'existence d'une phosphorescence jaune de l'azote. Elle se compose de certaines bandes du premier système positif et disparaît à température élevée, tandis que son intensité augmente lorsqu'on abaisse la température. Dans un travail antérieur ([1]), l'un de nous avait montré l'existence d'une phosphorescence complexe résultant de la superposition de plusieurs processus. Outre l'émission de longue durée précédente, on observe une phosphorescence plus courte comportant le premier système positif sans sélectivité notable, le deuxième positif et le premier négatif. En ce qui concerne le premier système négatif, la répartition d'intensité des bandes dans les séquences est analogue à celle observée dans les aurores de haute altitude, mais, dans ce dernier cas, l'intensité du premier positif est faible. Nous nous sommes proposé, dans les expériences décrites ci-dessous, de rechercher si cette différence ne provenait pas de l'influence de la température du gaz émetteur.

On observe la phosphorescence, d'abord à température ambiante, puis, après avoir versé de l'air liquide dans le vase de Dewar contenant le tube à décharge. Ce tube étant en communication permanente avec un grand récipient à température ambiante, on peut admettre que la pression varie peu et que seule la densité du gaz augmente dans la partie refroidie. Nous allons étudier séparément les divers systèmes qui constituent cette phosphorescence.

Premier système positif ($B^3\Pi - A^3\Sigma$). — A température ambiante on obtient, comme dans notre travail antérieur ([2]), une émission intense de ce système, sans distribution particulière d'intensité dans les séquences. Il est accompagné des raies D du sodium résultant de la décomposition de l'azothydrate. A basse température, ces raies disparaissent et le premier système positif se modifie : la phosphorescence jaune de Lord Rayleigh apparaît, accompagnée de l'exaltation

---

([5]) A. Narath, *Congrès International de Photographie*, Paris, 1935.

([1]) Séance du 1er décembre 1947.

([2]) *Comptes rendus*, **220**, 1945, pp. 593 et 878.

des bandes $v' = 10$ et 6. Lorsque la pression est faible ($\sim 10^{-3}$ mm de mercure), l'intensité relative de ce système augmente, quelle que soit la température.

Premier système négatif ($B^2\Sigma - X^2\Sigma$) *et deuxième système positif* ($C^3\Pi - B^3\Pi$). — Pour des pressions plus élevées (de l'ordre d'un centième à quelques dixièmes de millimètre de mercure), l'intensité de l'ensemble du spectre augmente lorsqu'on passe de la température ambiante à celle de l'air liquide. 10^{-4} seconde après l'arrêt de la décharge, le rapport d'intensité est d'environ 3 pour le premier négatif. Par contre, cette augmentation est beaucoup plus faible pour le premier positif. La diminution d'intensité relative de ce système est d'autant plus grande que la pression est plus élevée. Elle semble être fonction de la pression et de la température, abstraction faite de l'influence de la paroi. Pour une pression donnée, elle pourrait servir à évaluer la température.

Bandes de Goldstein. — Leur intensité relative augmente sensiblement à basse température et elles subissent, au moment de la rupture, des variations d'intensité plus faibles que les bandes voisines du deuxième positif. A température ambiante, on observe un phénomène semblable, mais plus atténué. Ce système est probablement émis à la suite d'une recombinaison entre deux atomes $N(^2D)$, comme les bandes à niveaux plus élevés du deuxième positif. Le comportement analogue de ces bandes qui appartiennent à deux systèmes différents confirme l'hypothèse ci-dessus.

Système χ. — Ce système, mal connu, est particulièrement intense à basse température. Les bandes les plus fortes sont : 5079 Å (0, 0); 5308 (0, 1); 5570 (0, 2). Leur intensité relative, par rapport au premier système positif, augmente en même temps que celles des bandes de Goldstein (³). Il est possible que leur émission soit également liée à la grande concentration en atomes $N(^2D)$ et résulte d'une recombinaison entre atomes $N(^2D)$ et $N(^4S)$.

Le rôle des atomes $N(^2D)$, dans l'émission de la radiation 5199 Å des aurores de haute altitude, est bien connu depuis les observations de Slipher (1933), et Dufay, Tcheng Mao Lin et Gauzit (1941). Il serait intéressant de rechercher dans ces aurores les bandes de Goldstein et le système χ en raison de la grande durée de vie des atomes $N(^2D)$ qui peut permettre leur recombinaison, malgré la pression très faible régnant dans les couches élevées de l'atmosphère.

Nos résultats montrent que la tentative faite par Mitra (⁴) pour expliquer toutes les propriétés de l'azote actif par la recombinaison des ions N_2^+ et des électrons ne peut être acceptée. L'émission intense du premier système négatif doit être due à la recombinaison des ions N_2^{+-}. Pour rendre compte de l'accroissement d'intensité des bandes de Goldstein et des bandes à $v' = 3$ et 4 du deuxième positif, on est conduit, comme on l'a vu ci-dessus, à admettre une

---

(³) A notre connaissance, l'émission de ce système en phosphorescence n'a pas été signalée jusqu'ici.

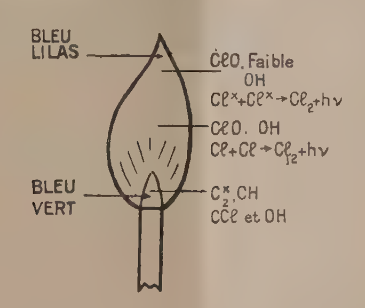
(⁴) *Indian Association for the Cultivation of Science*, Calcutta, 1945.

recombinaison atomique. De même l'émission sélective du premier système positif s'explique tout naturellement par le processus de Cario et Kaplan. Il est possible également que les molécules $a^1\Pi$ interviennent dans l'exaltation des bandes $v'=6$ du premier positif. De toute façon, il ne semble pas possible d'admettre que les premier et deuxième systèmes positifs soient émis par le même processus de recombinaison ionique suivi d'une descente en cascade, en raison des grandes variations d'intensité relative qu'ils subissent lorsqu'on change les conditions expérimentales.

En définitive, les propriétés si particulières de l'azote semblent dues au fait que ce gaz possède à la fois les caractères d'un gaz rare et ceux d'une molécule diatomique, ce qui rend possible de nombreuses réactions entre atomes et molécules neutres et ionisés.

SPECTROSCOPIE. — *Spectre d'émission d'une flamme de chlorure de méthyle mélangé à de l'oxygène brûlant dans l'air*. Note [1] de MM. **Guy Pannetier** et **Alfred-G. Gaydon**, présentée par M. Paul Pascal.

Comme suite à une précédente publication [2] dans laquelle nous avons donné un schéma provisoire du système de bandes émis par le radical ClO dans une flamme d'hydrogène brûlant dans une atmosphère d'oxygène mélangé à un peu de chlore, nous avons entrepris l'analyse spectroscopique d'une flamme de chlorure de méthyle additionné d'oxygène brûlant dans l'air.



Ceci nous a permis de retrouver l'existence de ce radical dans le cône extérieur de cette flamme, quoique l'intensité des bandes correspondantes soit très faible; nous pouvons donc compléter l'étude de cette flamme faite par Vaidya dans des conditions semblables [3]. Le cône intérieur d'une apparence bleu verdâtre contient principalement les groupements : C_2(4737 Å, 5165 Å et 5635 Å) fort; CH(4315 Å, 3900 Å, 3143 Å) très fort; OH(3064 Å,

(1) Séance du 1er décembre 1947.

(2) *Nature*, London (article sous presse).

(3) *Proc. Roy. Soc.*, A. **112**, 1941, p. 356.

2811 Å); et le radical CCl aux environs de 2800 Å. Juste au-dessus du cône intérieur, dans le cône externe de couleur bleu lilas, apparaissent les bandes dues au radical CH et assez faiblement le groupe des bandes de ClO de 3587 Å à 4502 Å, un fond continu commence à apparaître provenant de la réaction non quantifiée

$$Cl^* + Cl^* \rightarrow Cl_2 + h\nu.$$

Dans le cône externe, largement au-dessus du cône interne, cette dernière réaction augmente d'intensité, le fond continu devient encore plus prononcé. Le radical OH est également présent, de même qu'assez faiblement le spectre de l'oxyde de carbone.

A l'halogène près, l'identité des radicaux trouvés dans la combustion du chlorure de méthyle coïncide bien avec ceux qui ont été mis en évidence par l'un d'entre nous et E. H. Coleman ([4]) dans la flamme du bromure de méthyle. Il y a donc tout lieu de penser que les mécanismes de combustion de ces deux corps seront justiciables des mêmes développements quand on parviendra à identifier complètement l'un d'eux.

EFFET RAMAN. — *Étude expérimentale de quelques cristaux cubiques.* Note de Mlle **Lucienne Couture** et M. **Jean-Paul Mathieu**, présentée par M. Jean Cabannes.

Les résultats théoriques communiqués dans deux Notes précédentes ([1]) permettent de classer les raies de Raman d'un cristal cubique parmi les divers types de symétrie. Nous donnerons ici quelques résultats obtenus pour des cristaux contenant des ions complexes.

I. La maille ne contient qu'un ion complexe. *Étain IV hexachlorure de potassium*, $(SnCl_6)K_2$. Groupe O_h^5—Fm3m, Z = 1.

$\Delta\nu$ en cm^{-1}	143	170,5	242	321
Intensité	*f*	F	*m*	TF
Type	F_{2g}	F_{2g}	E_g	A_{1g}

On trouve les quatre raies prévues par la théorie; trois d'entre elles, internes à l'ion octaédrique $(SnCl_6)^{--}$ et de types A_{1g}, E_g, F_{2g} ont déjà été trouvées en solution par l'un de nous ([2]); la dernière est due à la vibration de type F_{2g} dans laquelle les ions K^+ seuls se déplacent.

II. La maille contient plus d'un ion complexe. On sait que le couplage entre ces ions multiplie alors les vibrations de l'ion isolé. Dans le cas où l'ion complexe possède un axe ternaire C_3 qu'il conserve dans la maille (symétrie C_3

([4]) E. H. Coleman et A. G. Gaydon, *Trans. Faraday Soc.*, Meeting of October 1947.

([1]) *Comptes rendus*, 224, 1947, pp. 902 et 1217.

([2]) J.-P. Mathieu, *Journal de Chimie-Physique*, 36, 1939, pp. 271 et 308.

ou C_{3v}), il y a huit ou quatre homologues selon que la maille possède ou non un centre de symétrie. Une vibration symétrique par rapport à l'axe ternaire, $s(C_3)$, de l'ion donne alors par couplage dans tous les groupes du système cubique, une vibration totalement symétrique de la maille (type A) et une vibration triplement dégénérée (type F), actives en effet Raman; une vibration dégénérée, $d(C_3)$, donne une vibration doublement dégénérée de la maille (type E) et deux vibrations triples (type F), actives en effet Raman.

Nitrates cubiques $(NO_3)_2Me$ (Me = Sr, Ba, Pb). Groupe T_h^6 — Pa3, Z = 4 [3].

Sr	Δν...	108	129	146	165	182	736	1055	1369	1403	1423	1624
	Int...	m	f	tf	f	F	f	TF	tf	tf	tf	tf
	Type.	F_g	E_g	A_g	F_g	E_g	–	A_g	E_g	F_g	F_g	A_g

Ba	Δν...	84	98	110	122,5	135	158	731	1048	1356,5	1387	1412	1634,5
	Int...	F	tf	f	m	F	tf	f	TF	tf	tf	tf	tf
	Type.	F_g	A_g	F_g	E_g	E_g	A_g ou F_g	–	A_g	E_g	F_g	F_g	A_g

Pb	Δν...	96	123	145	158	162	730	1049	~1327	~1395	1610
	Int...	TF	tf	f	f	TF	tf	TF	tf	tf	tf
	Type.	F_g	E_g	F_g	F_g	E_g	–	A_g	A_g ou E_g	F_g	A_g

On trouve dans les spectres relatifs à Sr et à Ba trois raies correspondant à la vibration dégénérée de valence de l'ion NO_3^-, ayant les types (E, F, F) prévus par la théorie du couplage. A la vibration dégénérée de déformation de NO_3 ne correspond qu'une raie vers 730 cm^{-1}; mais sa polarisation indique qu'il y a superposition de raies de types E et F, qu'une dispersion plus forte permettrait peut-être de séparer. La vibration totalement symétrique de l'ion donne dans les cristaux une raie A vers 1050 cm^{-1}, mais la raie F correspondante n'apparaît pas; il est vrai qu'en première approximation, son intensité doit être nulle.

Chlorate et bromate de sodium ClO_3Na et BrO_3Na. Groupe T^4-P2$_1$3, Z = 4 [4]. La théorie permet maintenant un classement complet et correct des raies.

Cl	Δν...	66,5	92,5	122,5	130	179	480	487	617	625	936	963	968	984	1026
	Int...	f	tf	F	F	m	F	F	m	m	TF	tf	m	m	m
	Type.	E	F?	F	E	E	E	F	A	F	A	E	F	F	–
Br	Δν...	63	78,5	101	115	131	148	178	357	376	445	456,5	795	822	845
	Int...	f	m	f	f	m	f	tf	m	m	f	f	TF	f	m
	Type.	E	F	F	F	F + E	A	E	E	F	F	–	A	–	–

Les raies de plus haute fréquence dans ces deux spectres, 1026 cm^{-1} pour ClO_3Na, 845 cm^{-1} pour BrO_3Na, de forte intensité, ont une polarisation anormale, qui ne permet de les classer dans aucun des types de symétrie des groupes cubiques, ni même de les considérer comme la superposition de

---

([3]) B. L. Rao, *Proc. Indian Acad. Sciences*, **14**, 1941, p. 48.

([4]) A. Rousset, J. Laval et R. Lochet, *Comptes rendus*, **216**, 1943, p. 886.

plusieurs raies de types différents. Il semble en être de même pour la faible raie 456,5 du bromate.

Dans ces deux cristaux, l'ion complexe, pyramidal, possède quatre vibrations fondamentales actives. La vibration symétrique de déformation donne une raie A et une raie F dans le chlorate, comme le prévoit la théorie, mais la raie A manque dans le bromate. La vibration dégénérée de déformation donne bien une raie E, mais une seule raie F au lieu de deux. La vibration dégénérée de valence a pour fréquence 980 cm^{-1} dans l'ion ClO_3 en solution. Pour le cristal, on trouve dans cette région une raie E et deux raies F ; il est tentant d'interpréter cet ensemble comme dû à l'effet du couplage, ainsi que dans les nitrates. Mais cette interprétation laisse inexpliquée l'origine de la forte raie 1026 qui, de même que la raie 845 du bromate, doit se rapporter aux vibrations internes de l'ion.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Variations locales de la sensibilité de cellules photoélectriques*. Note [1] de M. **Jean Terrien**, Mme **Claire Anglade** et Mlle **Geneviève Touvay**, présentée par M. Albert Pérard.

On trouve peu de renseignements sur les différences de propriétés d'un point à l'autre de la cathode d'une cellule photoémissive.

Nous avons étudié la répartition de la sensibilité sur la cathode de deux types de cellules à vide. La cathode était éclairée sur un petit disque de $0^{mm},7$ de diamètre et explorée sur environ 150 points espacés de 2^{mm}.

Les cellules étaient placées dans les conditions normales d'utilisation, sans que l'on ait cherché à éliminer l'influence des défauts de transmission ou de réfraction de l'ampoule.

1° *Cellules au césium à anode cylindrique, construites par la Compagnie de Télégraphie sans Fil (C. S. F) à Paris*. — Nous avons étudié deux cellules de ce type. La cathode est un disque plan de 15^{mm} de diamètre. Les figures 1 et 2 représentent la carte des sensibilités sur la surface de la cathode. Les nombres inscrits sur les lignes d'égale sensibilité montrent combien cette dernière est différente d'un point à l'autre; elle varie avec une continuité suffisante pour que ces courbes aient pu être tracées. Leur forme est assez capricieuse; tout au plus peut-on remarquer que les régions les plus sensibles de la cathode sont en général proches du bord. Entre les points les plus différents existe un rapport de sensibilité voisin de 2.

2° *Cellules* KMV 6 *et* RMV 6 (*Osram, Londres*). — La cathode est une plaque rectangulaire de 22×38^{mm} environ, présentant en son milieu et verticalement un sillon large de 2^{mm} en haut duquel un fil est soudé; l'anode est une grille

---

(1) Séance du 1er décembre 1947.

métallique de fil fin, placée contre l'ampoule tout autour de la cathode et dont

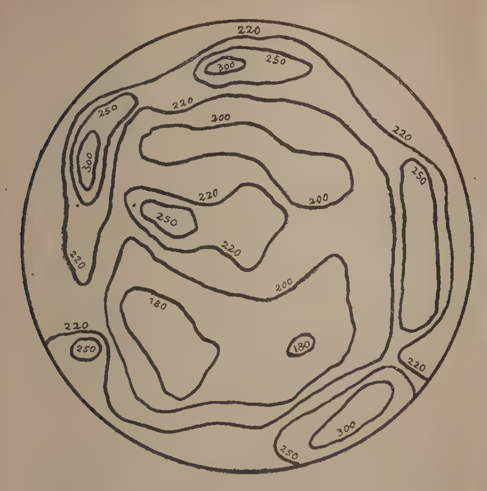


Fig. 1. — Cellule CB 23.

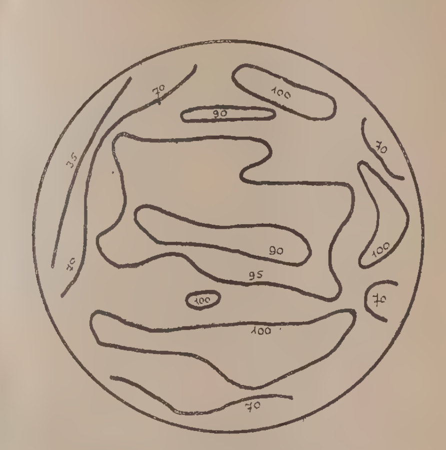


Fig. 2. — Cellule CB 55.



Fig. 3. — Cellule RMV 6.

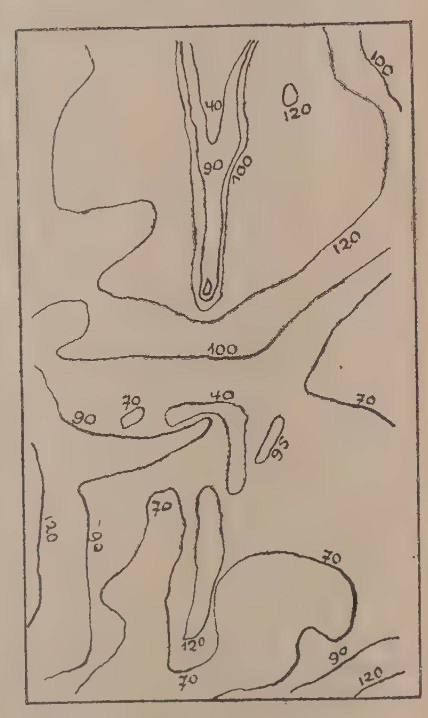


Fig. 4. — Cellule KMV 6.

les mailles, larges de 3^{mm} environ, n'ont pas donné une ombre suffisante pour que leur présence se soit manifestée dans ces mesures.

Les figures 3 et 4 représentent la répartition des sensibilités de la même

façon que les figures précédentes. Les courbes paraissent encore moins régulières. La cellule KMV 6 en particulier offre sur l'étendue de sa surface une sensibilité très variable, allant du simple au double et même en certains points au quadruple ou davantage. Pour les deux cellules, le sillon médian est une région de faible sensibilité. Les variations représentées schématiquement par des courbes d'égale sensibilité concordent avec certaines différences de couleur nettement visibles sur la couche sensible de la cathode.

Quelques autres essais avec des lumières filtrées par des verres colorés ont donné des sensibilités réparties différemment. La sensibilité spectrale est donc variable d'un point à l'autre.

Il résulte de ces observations que ces cellules exigent en photométrie des précautions sévères pour que la lumière se répartisse toujours de la même façon sur la cathode.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Observation d'une désintégration quasi complète d'un noyau d'argent.* Note [1] de MM. **Louis Leprince-Ringuet, Jean Heidmann, Hoang Tchang-Fong, Louis Jauneau** et **Jacques Stroumsa**, présentée par M. Maurice de Broglie.

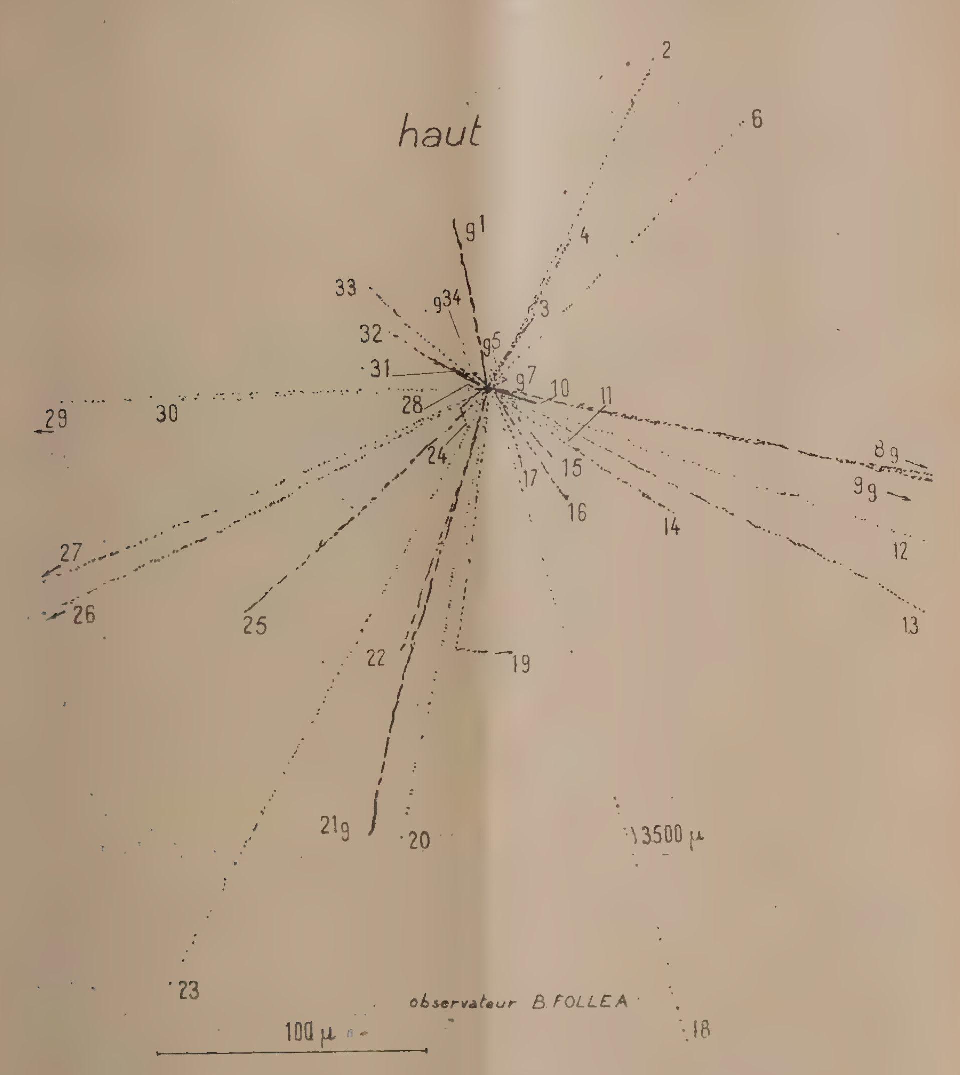
Nous avons exposé à 4400 mètres d'altitude (Observatoire Vallot) des plaques Ilford de 100 μ d'épaisseur des types B 2 et C 2, chargées au bore, pendant plusieurs semaines selon la technique mise au point par Powell, Occhialini et coll. [2]. Au cours de l'exploration systématique de ces plaques, nous avons observé un grand nombre d'*étoiles*. Sur l'une d'elles, particulièrement remarquable, nous avons différencié trente-quatre branches formées de protons ou de particules plus lourdes ou plus chargées. Sur ce nombre, 17 sont bien identifiées comme des protons, 4 comme des alpha, 1 comme un triton; les 9 autres sont trop courtes pour être identifiées sûrement, mais on doit penser qu'il y a parmi elles une majorité de particules alpha. On ne peut pas affirmer qu'une ou deux des plus courtes traces ne sont pas dues à un noyau de $Z > 2$. Signalons aussi qu'un ou deux rayons auraient pu nous échapper, s'ils avaient été émis avec une très grande vitesse perpendiculairement à la plaque.

Comme les éléments les plus lourds de l'émulsion sont le brome et l'argent, la désintégration doit correspondre à un noyau d'un de ces éléments. Mais le brome, ($Z = 35$), est certainement exclu, car le nombre des charges positives observées dans l'étoile est au moins égal à 40; ce ne pourrait être

(1) Séance du 24 novembre 1947.

(2) *Nature*, 159, 1947, p. 187.

possible que si un excès d'au moins cinq charges électroniques négatives invisibles dans l'émulsion était émis au cours du processus; or, si des électrons sont émis dans un phénomène aussi complexe, ils devraient être, en proportion



Étoile de 34 branches. Plaque Ilford B 2 de 100 microns au bore. (Observateur : Bernard Folléa.)

comparable, positifs et négatifs : une fluctuation de plus de cinq en faveur des négatons impliquerait l'émission d'un grand nombre d'électrons des deux signes, ce qui paraît peu probable : ces électrons auraient accru le *background* au voisinage du centre de l'étoile, ce qui n'est pas le cas.

Il s'agit donc d'un noyau d'argent qui subit une désintégration quasi complète: en effet, le nombre de 40 charges indiqué précédemment est un minimum. Or, l'argent a pour numéro atomique 47.

Ce phénomène ne paraît pas être le même que celui observé par Jdanoff (3) : il a trouvé plusieurs gerbes d'un grand nombre de particules lourdes (parfois cent) émises avec effet très directif, la plupart des traces étant courtes, et d'énergie toujours inférieure à 5 MeV.

On peut avoir une idée de l'énergie et de l'impulsion apportées, par la particule incidente, dans l'étoile que nous avons observée. En effet, la mesure d'énergie et d'impulsion pour les particules bien identifiées est aisée. Pour les autres, des considérations de nature, de densité de grains, etc., fournissent des limites.

En tenant compte des énergies cinétiques, des énergies de liaison (variant entre deux valeurs limites pour les interprétations extrêmes), et en attribuant à chacun des neutrons émis l'énergie moyenne des protons, on trouve que la particule incidente a fourni 850 à 1600 MeV. Les limites de l'impulsion sont 100 et 270×10^{-15} cgs. Des valeurs de l'énergie et de l'impulsion apportées, on déduit que : 1° la particule incidente n'a pas libéré son énergie de masse sous une des formes d'énergie considérées dans notre bilan; 2° la masse de la particule incidente est comprise entre 0,31 et 15 fois la masse du nucléon.

On peut noter que l'impulsion est dirigée vers le bas et que les énergies des branches vont jusqu'à 50 MeV.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur quelques phénomènes nucléaires d'origine cosmique observés au niveau de la mer.* Note de MM. **Pierre Cüer** et **Max Morand**, présentée par M. Jean Cabannes.

Nous avons commencé l'examen de quelques émulsions (Ilford : B_1, C_2, C2 + B, C2 + Li, C1 + 6 gel., E_1 + Be, E_1 + Li ; Kodak : concentrated nuclear emulsion), de 50^{μ} d'épaisseur, préparées spécialement pour des études très variées de physique nucléaire. Ces plaques sont restées, horizontalement, depuis un an environ, au niveau de Paris, à proximité de matériaux légers hydrogénés. Des renseignements intéressants ont été obtenus : 1° sur l'affaiblissement de l'image latente en fonction du temps et de la nature des émulsions; 2° sur le flux de neutrons thermiques et sur certains phénomènes nucléaires d'origine cosmique.

I. Sur une même plaque, dans l'émulsion C_2 + B, les traces de particules α, provenant de la contamination radioactive, ne présentent pas d'affaiblissement

(3) *C. R. Acad. Sc. U.R.S.S.*, 23, 1939, p. 28; 46, 1945, p. 359; *Nature*, 154, 1944, p. 616.

notable les unes par rapport aux autres. Dans cette émulsion, les traces α sont environ 10 fois plus nombreuses que dans une C2 (où l'on voit environ 50 % de traces nettement affaiblies), et au moins 100 fois plus nombreuses que dans une C2 + 6 gel. En accord avec les résultats antérieurs de Yagoda et Kaplan, il semble donc que l'affaiblissement de l'image latente augmente quand la concentration de Br Ag diminue. Dans les C2 + B, la diminution de l'affaiblissement et l'accroissement de la sensibilité sont probablement dus à l'importance de leur pH, qui a tendance à développer le voile spontané et qui rend les plaques sensibles aux conditions de conservation. Pour une même granulation, l'affaiblissement diminue avec la sensibilité; pour une même sensibilité, il diminue quand la dimension des grains augmente. La statistique des traces α permet de déceler la présence de Rn et de Tn (qui ont diffusé assez rapidement à travers l'emballage des plaques). Les traces de leurs produits de désintégration sont plus abondantes pour Tn que pour Rn. Les familles de U et de Th sont présentes en concentration de l'ordre de 10^{-7} dans le sel de B.

II. Dans C2 + B, la réaction connue $B^{10}_5 + n^1_0 \rightarrow Li^7_3 + He^4_2$, $Q \sim 2,5$ Mev, parcours Li + He $\sim 8^{\mu}$, permet de déterminer le flux de neutrons thermiques. Nous avons mesuré les parcours de projection comprise entre 5 et 8^{μ}. En supposant isotrope la répartition de ces traces dans l'émulsion, nous avons calculé leur nombre total, suivant la formule utilisée par Lattès, Occhialini et Powell. On obtient ainsi, en moyenne, une trace par 30 champs de $0,88.10^{-4}$ cm^2. Utilisant un $\sigma = 600$ barns généralement admis, pour B, nous trouvons un flux d'environ 0,1 neutron thermique par centimètre carré et par minute. Cette valeur est une limite inférieure; elle peut être erronnée d'un facteur 2, en raison des difficultés de pointage et de la valeur approximative de la concentration en B. On sait qu'au niveau de la mer le flux total de neutrons, mesuré au moyen de compteurs à BF^3 entourés de grandes épaisseurs d'eau ou de paraffine, a été trouvé égal à 0,091 par cm^2 et par minute. Étant donné l'imprécision des conditions expérimentales, ces résultats nous paraissent suffisamment concordants.

La plupart des traces de protons viennent du verre ou de l'air, et traversent complètement l'émulsion. Parmi celles-ci, nous avons observé une association de traces (protons et peut-être mésons) groupées dans une zone de quelques dizaines de millimètres carrés; les directions de ces traces sont comprises dans un angle d'environ 30° et l'orientation de chacune d'elles paraît compatible avec l'existence d'un centre de grande énergie situé en dehors de l'émulsion. Il est vraisemblable que des neutrons rapides, en nombre au moins égal, ont été émis, ce qui est compatible avec les expériences de Korff, indiquant une égale production moyenne de neutrons et de protons, et prouvant que leur émission peut être simultanée. La proportion des traces de protons qui commencent *dans* l'émulsion (C2 + B) est inférieure à 3 %, soit $\sim 1,5$ trace par centi-

mètre carré. Pour expliquer l'existence de ces traces, on peut invoquer les collisions élastiques entre les neutrons rapides et les protons de l'émulsion. Le flux de neutrons rapides ainsi calculé est de l'ordre 0,03 par cm^2 et par minute, ce qui est compatible avec le flux de neutrons thermiques (estimé par Bethe à environ 80 % du flux total).

Pour éviter de confondre les étoiles de contamination radioactive avec les petites étoiles d'origine cosmique (énergie totale des particules visibles de l'ordre de 10 à 20 Mev), nous avons jugé indispensable de classer ces dernières à partir des réactions nucléaires actuellement connues, ce qui est possible, par exemple, grâce à la présence d'un triton et de deux particules α ($B_5^{10} + n_0^1 \rightarrow He_2^4 + He_2^4 + H_1^3$, $Q \sim 0,4$ Mev). Le nombre des étoiles de ce type serait compatible avec le flux possible de neutrons rapides; mais le bilan énergie-quantité de mouvement aboutirait à une masse du neutron incompatible avec la précision des mesures; d'autre part, la disposition et l'énergie des trajectoires ne correspondent généralement pas aux étoiles observées avec les neutrons expérimentaux.

Nous avons observé une désintégration produite par un méson, en fin de parcours, venant de l'air presque horizontalement (grande étoile); 6 particules sont visibles, dont 2 protons et 1 triton et, vraisemblablement, 2 autres protons et 1 α. Si nous interprétions cet événement selon une règle antérieurement admise (explosion nucléaire avec conservation des charges), le noyau mis en cause serait O_8^{16}, et, d'après le bilan (énergie cinétique totale émise 25 Mev), la masse du méson ayant produit la désintégration serait de $270\,m_e$, en accord avec le seul bilan semblable signalé (¹) jusqu'à présent; mais ce résultat ne permet pas d'identifier tous les mésons produisant des désintégrations avec des mésons lourds. De plus, l'énergie incidente étant inférieure à l'énergie de dissociation totale de Br ou Ag, on peut encore interpréter ces grandes étoiles par une évaporation partielle de ces derniers noyaux; la probabilité de leur désintégration par un méson négatif est, en effet, supérieure à celle des autres noyaux présents (cf. Lattès, Muirhead, Occhialini, Powell, *ibid.*).

Le flux possible de neutrons rapides explique seulement, par un mécanisme direct, le nombre des traces de protons qui sont isolées et débutent dans l'émulsion. Il nous semble difficile d'expliquer tous les protons isolés uniquement à partir des étoiles, d'une part parce que les petites étoiles ont une énergie trop faible, d'autre part parce que les grandes étoiles sont trop rares. Mais la production de bursts de protons de grande énergie pourrait rendre compte du nombre et de la répartition énergétique de ces traces isolées.

(¹) Lattès, Muirhead, Occhialini et Powell, *Nature*, 159, 1947, p. 694.

CHIMIE-PHYSIQUE. — *Sur la vitesse d'évolution de la densité apparente de l'oxyde de thorium cru, en fonction de la température.* Note [1] de M. **Marc Foëx**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le traitement à haute température d'un échantillon de thorine crue agglomérée par compression s'accompagne d'une contraction considérable. La densité apparente initialement très faible (de l'ordre de 4, la densité réelle de la thorine étant 10,05) est presque doublée après traitement à 1100°C.

Il est possible de faire des constatations analogues sur le produit en poudre, lorsqu'il a été porté à différentes températures, par mesures de densités à l'aide d'un picnomètre dans lequel on introduit du xylène après avoir préalablement fait le vide. Les valeurs obtenues, plus élevées que les densités apparentes du produit aggloméré, sont sensiblement proportionnelles à ces dernières, quand le traitement a été fait à une température inférieure à 1000°C.

J'ai cherché à établir dans ce travail la vitesse de contraction de l'oxyde de thorium cru porté à différentes températures, en observant, à l'aide d'un dilatomètre à visée microscopique, les variations de la longueur d'une éprouvette de cet oxyde. Le produit est préparé par déshydratation de l'oxyde hydraté, à 150°C. sous vide; après broyage (passage au tamis 5000 mailles/cm^2), on lui donne une cohésion suffisante au moyen d'une forte compression (3000 kg/cm^2). A partir de ces mesures, il est aisé de calculer l'évolution de la densité apparente de l'échantillon et par suite celle de la densité apparente des grains de thorine, ces deux valeurs évoluant d'une façon semblable.

La vitesse de contraction observée est d'autant plus grande que la température est plus élevée. Elle dépend par ailleurs de l'état d'évolution du produit et diminue lorsque la densité apparente initiale est plus grande.

Si l'on considère des échantillons de même densité, on constate que la vitesse d'évolution de la densité apparente D des grains est fonction exponentielle de l'inverse de la température absolue T

$$\frac{dD}{dt} = a.b^{-\frac{1}{T}} \qquad \text{ou} \qquad \log\frac{dD}{dt} = \log a - \frac{1}{T}\log b,$$

a et b étant des constantes dépendant de la densité du produit.

La représentation (*fig.*) de $\log dD/dt$ (l'heure étant l'unité de temps) en fonction de $1/T$, pour diverses valeurs de la densité apparente D (à 20°C.) comprises entre 6,88 et 9,72, donne une série de droites, dont la pente est d'autant plus grande que la densité est plus élevée.

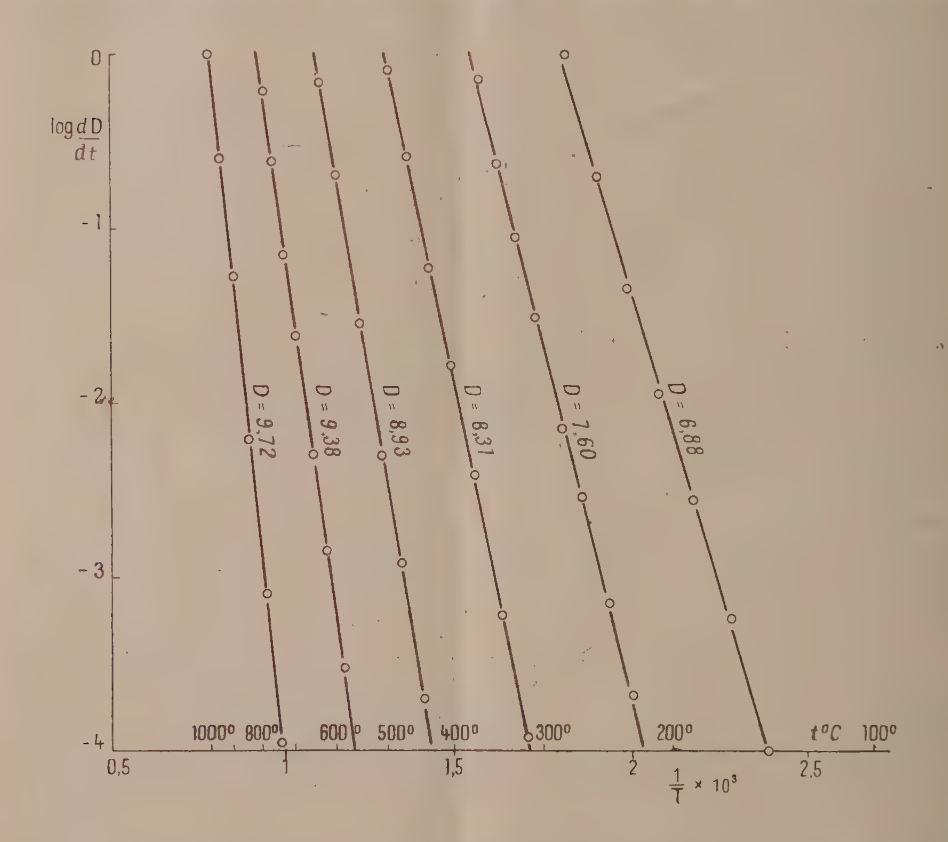
Les constantes a et b, dont la valeur dépend de l'état d'évolution du produit,

---

(1) Séance du 17 novembre 1947.

peuvent pratiquement être représentées chacune par une formule du type $\alpha(1-D/D')^{\beta}$. Le facteur $1-D/D'$ est proportionnel à la porosité, D' étant la densité vraie de la thorine (10,05), α et β étant des constantes spécifiques de cet oxyde.

Le phénomène précédent est lié à l'évolution des microcristaux de très petites dimensions constituant initialement l'oxyde de thorium cru. L'analyse aux



rayons X, par la méthode Debye-Scherrer, donne en effet des diagrammes présentant des raies larges et diffuses, dont la largeur correspond, dans certains cas, à des cristallites de structure cubique du type fluorine, d'une dimension inférieure à 50 Å. Par élévation de la température, les dimensions de ces cristallites augmentent progressivement et deviennent peu à peu considérables; ainsi après un bref traitement de la thorine crue, au-dessus de 1000° C., on obtient un spectre composé de raies fines indiquant la présence de cristaux bien formés de dimensions supérieures à 1000 Å.

Le développement des microcristaux entraîne une augmentation de la densité apparente des grains de thorine formés vraisemblablement d'agrégats de cristallites étroitement rapprochés. Les gaz occlus ou adsorbés peuvent jouer un

certain rôle, la quantité de ces derniers étant fonction de la surface totale présentée par les cristallites.

En conclusion, ce travail a permis d'établir une relation entre la vitesse d'évolution de la densité apparente de l'oxyde de thorium cru et la température. La contraction observée dépend de l'accroissement de dimension des cristallites fines constituant initialement le produit.

CHIMIE-PHYSIQUE. — *Détermination magnéto-optique de la structure de l'ion thiocyanique*. Note de M. **Daniel Voigt**, présentée par M. Paul Pascal.

Nous nous sommes proposé de rechercher si l'ion [SCN] a, dans les thiocyanates minéraux dissous, la structure isothiocyanique que nous lui avons reconnue, avec F. Gallais ([1]), dans les solutions de l'acide SCNH lui-même.

Cette fois encore, nous nous sommes adressé à des mesures de pouvoir rotatoire magnétique. Les esters thiocyaniques et isothiocyaniques se différencient nettement du point de vue de l'effet Faraday ([2]); si l'on calcule le pouvoir rotatoire magnétique du premier terme de leurs séries (en tenant compte de la contribution des chaînons $-CH_2-$), on trouve, pour la radiation jaune du mercure ($\lambda = 0{,}^{\mu}5780$), les deux valeurs suivantes :

premier terme des sénevols,	$S = C = N - H$:	$10_2 x[\Lambda]_M$ (minutes)	175,
premier terme des rhodanates,	$N \equiv C - S - H$:	—	125.

Ces valeurs sont utilisables comme termes de référence pour l'étude de l'ion $[SCN]^-$, car l'anion d'un acide s'identifie par sa rotation magnétique avec l'acide lui-même puisque l'ion $[H]^+$, privé d'électron optique, est sensiblement dépourvu d'activité. Cette considération théorique a d'ailleurs reçu une vérification expérimentale [de Mallemann ([3])].

Les sels que nous avons étudiés sont les thiocyanates de sodium, de potassium, d'ammonium et de baryum.

Dans le tableau ci-après sont rassemblés les concentrations des solutions aqueuses examinées, les pouvoirs rotatoires moléculaires $[\Lambda]_M$ des sels qu'elles contenaient (calculés à partir des données expérimentales) et les valeurs qu'on peut en déduire, pour le module $[\Lambda]_I$ de l'ion $[SCN]^-$. Celles-ci ont été déterminées dans chaque cas en retranchant de la constante moléculaire des sels, les constantes ioniques des cations telles qu'elles ont été données par de Mallemann (*loc. cit.*).

Les valeurs obtenues pour l'ion ne s'écartent de leur moyenne que de moins

(1) *Comptes rendus*, 210, 1940, p. 104.
(2) *J. Chim. Phys.*, 36, 1939, p. 99.
(3) *Ann. Phys.*, 17, 1942, p. 360 et 18, 1943, p. 56.

Sel étudié.	Titre en g/cm³.	$[\Lambda]_M \cdot 10^2$ ($\lambda = 0,578\,\mu$). —	Moyenne.	$[\Lambda]_I \cdot 10^2$.
	0,1070	193,0		
Thiocyanate de sodium..........	0,1433	192,7	192,7	174,6
	0,1789	192,5		
	0,0806	202,1		
	0,1205	203,7		
» de potassium........	0,1502	202,1	202,8	175,2
	0,1808	203,3		
	0,2410	202,6		
	0,1249	217,2		
» d'ammonium........	0,1558	219,2	218,5	176,3
	0,3117	219,0		
	0,1030	407,6		
» de baryum..........	0,1685	404,7	408,3	174,2
	0,1752	407,7		
	0,2543	413,0		
Moyenne du module de l'ion $[SCN]^-$ pour les quatre sels.....				175,1

de 0,7 %, et cette moyenne, on le voit, s'identifie pratiquement avec le module du premier terme de la série des sénevols.

Il était prévisible que l'ion $[SCN]^-$, représenté par l'alignement des trois mêmes atomes dans un ordre invariable, aurait, quelle que soit sa provenance, une forme unique, qui pouvait être thiocyanique, isothiocyanique ou mésomère de résonance entre celles-ci. Parmi les nombreux auteurs qui se sont intéressés à ce problème, certains ont cru pouvoir conclure à l'existence d'une telle forme mésomère [J. Goubeau et O. Gott (4), Linnet et H. Thompson (5), études par effet Raman].

On pouvait cependant penser que la forme isothiocyanique doit prévaloir, car, d'une part, la stabilité des isothiocyanates est plus grande que celle des thiocyanates (les premiers sont exothermiques par rapport aux seconds) et d'autre part, le principe de symétrie est en faveur de la forme isothiocyanique.

Nos mesures nous permettent bien de conclure en tout cas qu'aux erreurs d'expérience près, la contribution de la forme thiocyanique à l'état réel de l'ion $[SCN]^-$ n'est pas décelable.

C. Courty a d'ailleurs trouvé que les thiocyanates minéraux solides se classent par leurs coefficients d'aimantation comme des dérivés isothiocyaniques (6).

---

(4) *Ber.*, 73, 1940, p. 127.

(5) *J. Chem. Soc. London*, **130**, 1937, p. 1399.

(6) *Bull. Soc. Chim.*, 5, 1936, p. 929, et *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1929.

CHIMIE-PHYSIQUE. — *Sensibilité au déplacement par le chlorure de sodium des méthylcétones en solution diluée.* Note de M. **Alexandre B. Lindenberg** et Mlle **Odile Lemaignen**, présentée par M. Jacques Duclaux.

En nous basant sur les résultats des expériences de partage des alcools aliphatiques entre l'eau des tissus des poissons et l'eau de leur milieu extérieur, nous avons conclu ([1]) que la sensibilité au déplacement par les sels neutres de ces alcools augmente en fonction de leur grosseur moléculaire. Nous rapportons aujourd'hui des résultats confirmant cette règle en série homologue des méthylcétones aliphatiques.

Pour chacune des cétones étudiées nous avons déterminé simultanément les coefficients de partage entre le tétrachlorure de carbone et l'eau distillée, et entre ce solvant organique et une solution de chlorure de sodium 3 N. Le sel n'étant pas soluble dans le tétrachlorure de carbone, l'accroissement relatif de la valeur du coefficient de partage Phase non polaire / Eau de la solution mesure l'augmentation du coefficient d'activité thermodynamique de la cétone en présence du sel par rapport à la valeur de ce coefficient dans l'eau pure. Étant donnée la tendance des cétones à se polymériser dans le tétrachlorure de carbone ([2]), on a soin d'établir le rapport des concentrations d'équilibre de la cétone dans l'eau distillée (C_0) et dans l'eau salée (C_s) correspondant à une même concentration d'équilibre dans le solvant immiscible.

On réalise cette condition en agitant un volume déterminé de tétrachlorure de carbone avec un volume déterminé des solutions pure et saline de la cétone dont l'activité est la même dans les deux solutions aqueuses. On a alors $C_0/C_s = \gamma_s/\gamma_0$, γ_0 et γ_s étant respectivement les coefficients d'activité de la cétone dans l'eau et dans la solution.

Cétone étudiée	RM_D	$\frac{\gamma_s}{\gamma_0}$	$\frac{\gamma_s/\gamma_0}{RM_D}$
Diméthylcétone	16,15 (19°,4 C.)	1,94	0,120
Méthyléthylcétone	20,67 (15°,9 C.)	2,54	0,123
Méthylpropylcétone	25,20 (20°,2 C.)	3,01	0,1195

Il ressort très nettement de ces résultats que la sensibilité au déplacement par une solution 3N de ClNa des méthylcétones, mesurée par le rapport γ_s/γ_0, varie proportionnellement à leur volume moléculaire, exprimé en termes de réfraction moléculaire à la longueur d'onde D. Le quotient $(\gamma_s/\gamma_0)/RM_D$, de valeur constante, constitue la *sensibilité au déplacement moléculaire*. La raison

([1]) A. B. Lindenberg, *Comptes rendus*, **222**, 1946, p. 202.

([2]) Cette tendance est toutefois peu marquée en solution diluée, lorsque la teneur en cétone du tétrachlorure ne dépasse pas 1 à 2 ‰. Voir aussi : Herz et Lewy, *Jahr. Ber. Schles. Ges. Vaterl. Kultur, Naturwis. Sektion*, 1906, sept., I.

physico-chimique plausible de cette dépendance, déjà exposée lors de l'interprétation des résultats analogues obtenus dans la série homologue des méthylcarbinols aliphatiques ([3]), réside dans le caractère amphipatique des molécules étudiées, dont seul le groupement polaire, hydrophile, est pratiquement responsable de leur hydrosolubilité :

En s'emparant des liaisons de solubilité de l'eau intéressant ces molécules, les sels, pour chaque liaison accaparée, déplacent une molécule organique quelle que soit la grandeur de sa partie hydrocarbonée non polaire. Remarquons, que pour que la théorie de Debye ([4]) soit ici applicable, il faudrait que l'abaissement de la constante diélectrique par l'addition modérée des alcools et cétones soit proportionnel au produit de leur coefficient d'activité par leur volume moléculaire.

Notons, qu'en ce qui concerne l'acétone, nos résultats sont en parfait accord avec l'accroissement relatif du coefficient d'activité calculé de la manière décrite ci-dessus à partir des données de Herz et Stanner ([5]) relatives à une solution 3N de ClNa dans le système benzène-eau.

Notons encore que l'addition d'acide ou d'alcali (N/1000) à la solution aqueuse, pure ou saline, des cétones n'a pas d'effet appréciable sur leur hydrosolubilité.

ÉLECTROCHIMIE. — *Perfectionnement à la méthode d'analyse des oxydes métalliques par réduction électrolytique*. Note ([1]) de M. **Jean Besson**, présentée par M. Louis Hackspill.

J'ai montré ([2]), à la suite de Rollet ([3]), comment la méthode de réduction électrolytique des oxydes supérieurs d'un métal donne dans de nombreux cas des renseignements précis sur la composition de ces oxydes. La courbe : intensité $= f$ (temps), qu'elle conduit à tracer, comporte souvent en effet une série de paliers attribués à la succession de plusieurs réactions réversibles entre les oxydes définis du métal. Cette interprétation peut être entièrement justifiée, à partir de la théorie des potentiels d'oxydo-réduction, par un calcul qui sera développé ultérieurement. Mais il y a lieu de signaler immédiatement une difficulté qui paraît parfois mettre la méthode en défaut. On a vu comment la mesure du rapport R des surfaces limitées par deux paliers successifs permet d'identifier de proche en proche tous les paliers à partir de l'un d'entre eux. Or

([3]) Landolt-Börnstein, *Physikalisch-Chemische Tabellen*, II, 1923, pp. 974-976.
([4]) *Z. Physik. Chem.*, **130**, 1927, p. 56.
([5]) *Ibid.*, **128**, 1927, p. 399.

([1]) Séance du 1er décembre 1947.
([2]) *Annales de Chimie*, 12e série, **2**, 1947, p. 559.
([3]) *Ibid.*, 10e série, **13**, 1930, p. 199.

l'expérience montre que ce rapport varie souvent dans une large mesure avec la densité du courant de décharge utilisé; il peut même devenir infini, c'est-à-dire que l'un des paliers disparaît, si la densité de courant dépasse une certaine valeur. La figure 1 donne par exemple les courbes de réduction d'une quantité

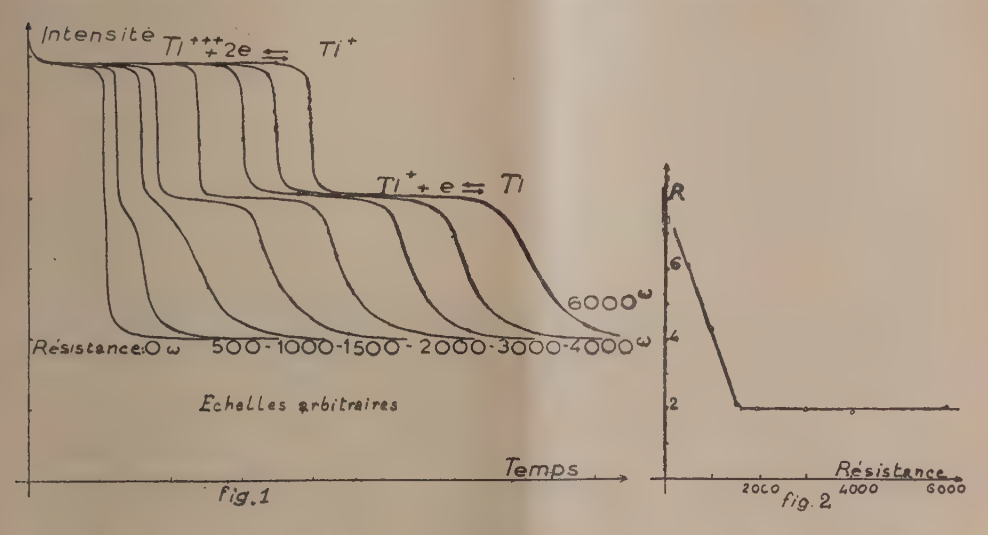


fig. 1
fig. 2

déterminée de peroxyde de thallium déposé par électrolyse en solution acide de nitrate thalleux ([1]). Au lieu de la densité de courant, variable au cours de la décharge, on a noté dans chaque cas la résistance extérieure du circuit. J'ai déjà montré ([1]) que le palier moyen correspond à la réaction $Tl^{+} + e \rightleftharpoons Tl^{o}$. Mais, comme le rapport des surfaces limitées par les paliers 1 et 2 prend des valeurs variant de 1,88 à l'infini, il semble impossible d'en déduire la formule du peroxyde.

L'interprétation de ce phénomène est aisée : le long du palier supérieur le peroxyde (nous verrons qu'il s'agit de Tl_2O_3) est réduit en Tl^{+} suivant la réaction

$$(1) \qquad Tl^{+++} + 2e \rightleftharpoons Tl^{+} \qquad \text{avec} \quad E_1\,\text{volt} = 1,25 + 0,03 \log \frac{|Tl^{+++}|}{|Tl^{+}|}.$$

Mais l'ion Tl^{+} ainsi formé peut également être réduit suivant

$$(2) \qquad Tl^{+} + e \rightleftharpoons Tl^{o} \qquad \text{avec} \quad E_2\,\text{volt} = -0,34 + 0.06 \log |Tl^{+}|.$$

En l'absence de courant, les systèmes (1) et (2) tendent à se mettre en équilibre, et les valeurs des potentiels montrent que cet équilibre ne peut être atteint, c'est-à-dire que tout le métal qui pourrait se former est oxydé en Tl^{+}. Il en est de même si l'intensité de décharge est assez faible. Dans ce cas, c'est bien le peroxyde et lui seul qui est réduit le long du palier supérieur. Mais la

([1]) Voir Besson, *Comptes rendus*, 224, 1947, p. 1226.

réaction d'oxydation de (2) par (1) est lente, puisqu'elle fait intervenir des corps non ionisés. Si l'intensité de décharge devient de plus en plus forte, donc la décharge de plus en plus rapide, cette réaction reste incomplète, une partie de plus en plus importante des ions Tl^{+} est réduite en Tl^{0} au cours du premier palier et la longueur du second en est diminuée d'autant, jusqu'à s'annuler, d'où une valeur erronée du rapport R.

De même le palier inférieur correspond à la réaction

$$(3)\qquad 2H^{+} + 2e \rightleftharpoons H_2 \qquad \text{avec}\quad E_3\,\text{volt} = -0,84 - 0,03.\log|H_2|,\ \text{à pH } 14.$$

Si la décharge est lente, les systèmes (2) et (3) ont le temps de se mettre en équilibre; si elle est trop rapide, l'hydrogène se dégage dès le palier intermédiaire.

Il est heureusement facile de pallier cette difficulté. Il suffit en effet de tracer la courbe donnant la valeur de R en fonction de la résistance du circuit. Quand cette résistance tend vers l'infini les considérations ci-dessus montrent que R tend vers sa vraie valeur R_0. La figure 2 donne cette courbe pour le thallium. On voit que R_0 vaut très exactement 2, d'où la formule déjà donnée du peroxyde : Tl_2O_3.

Le même phénomène a été observé pour le nickel, le palier intermédiaire n'apparaissant qu'aux faibles densités de courant. Bien que, par suite de la lenteur des réactions, ce palier n'ait pu être obtenu en totalité, R semble ici tendre vers 1/2, ce qui correspond bien à la formule Ni_3O_4.

En résumé, les remarques ci-dessus conduisent à opérer de la façon suivante : la réduction électrolytique d'une quantité bien déterminée du peroxyde à étudier est effectuée à densités de courant décroissantes. Des courbes correspondantes on déduit la valeur limite pour une intensité nulle, du rapport des surfaces des paliers. La formule des oxydes résulte de cette valeur exacte.

CHIMIE MINÉRALE. — *Extraction rapide de l'oxyde de lanthane pur à partir des terres rares*. Note [1] de M. **Félix Trombe**, présentée par M. Paul Lebeau.

Le lanthane n° atomique 57, premier élément du groupe des terres rares, est aussi celui qui, à l'état d'oxyde, présente la plus grande basicité [2]. Cette propriété a été mise à profit par Prandlt [3] pour la préparation de l'oxyde pur de ce métal. Prandlt ajoute aux azotates des terres rares un azotate de métal divalent (Mg, Zn, Ni, Cd) et de l'azotate d'ammonium; il augmente ainsi, en retardant la précipitation, le pouvoir séparateur du traitement effectué à l'aide

(1) Séance du 24 novembre 1947.

(2) Britton, *J. Chem. Soc.*, **127**, 1935, p. 2110.

(3) *Z. Anorg. Chem.*, **143**, 1925, pp. 277-284.

d'une solution ammoniacale. Dorfurt et Schliephake ([4]) substituent aux azotates les perchlorates de terres rares. Ils réalisent par précipitation basique fractionnée la même séparation, sans intervention de sel étranger.

J'ai montré précédemment ([5]) que l'on pouvait isoler très rapidement l'oxyde d'yttrium des terres yttriques par action progressive de gaz ammoniac, dilué dans un courant d'air, sur une solution d'un sel de terre rare, et en particulier d'azotate.

L'air chargé de gaz ammoniac circule dans la solution, la brasse continuellement et se trouve au contact d'une grande surface de liquide. Il en résulte une augmentation progressive du pH, sans concentration locale de base, jusqu'au seuil de précipitation d'un composé déterminé; le volume total du liquide peut être maintenu à sa valeur initiale, quel que soit le nombre de précipitations successives effectuées.

Cette méthode a permis de préciser le pH correspondant au seuil de précipitation de l'hydroxyde de lanthane à partir de sa solution sous forme d'azotate ([6]). Ce pH est, pour toutes les concentrations de la solution, notablement plus élevé que ceux qui correspondent à la précipitation des autres oxydes rares.

Une solution de nitrates de terres rares à 50 % de lanthane, dans laquelle le cérium a été éliminé par passage à l'état cérique, est traitée par la méthode précédente. Chacun des précipités successifs obtenus est séparé de la liqueur mère par une filtration. Les fractions sont caractérisées par leur spectre d'absorption et leur susceptibilité magnétique χ; la mesure de χ permet de déterminer avec précision la pureté du lanthane qui est le seul ion diamagnétique (à l'état trivalent) de tout le groupe cérique.

On obtient ainsi quatre fractions ayant les caractères suivants :

1re *fraction* ($\chi = +32.10^{-6}$) (composition : terres yttriques + samarium + néodyme + praséodyme + petites quantités de lanthane;

2e *fraction* ($\chi = +19.10^{-6}$) (composition : néodyme + praséodyme + 15 % environ du lanthane initial);

3e *fraction* ($\chi = +0,21.10^{-6}$) (composition : 40 % de l'oxyde de lanthane initial à 98 % de La_2O_3; impuretés : néodyme, praséodyme);

4e *fraction* ($\chi = -0,34.10^{-6}$) (composition : 40 % de l'oxyde de lanthane initial à 99,7 % de La_2O_3; impureté probable : faibles traces de néodyme).

Les résultats précédents, particulièrement nets, sont dus à plusieurs conditions opératoires simultanément favorables à la séparation de l'oxyde de lanthane :

1° La méthode elle-même permet d'atteindre très progressivement un pH donné dans la solution.

([4]) *Z. Anorg. Chem.*, **170**, 1928, pp. 129-144.
([5]) *Comptes rendus*, **215**, 1943, pp. 539-541.
([6]) *Comptes rendus*, **216**, 1943, pp. 888-890.

2° La différence entre le seuil de précipitation de l'oxyde de lanthane et ceux des autres oxydes de terres rares est assez grande (supérieure à 0,7 pH en moyenne), pour permettre une séparation totale.

3° Le lanthane est à l'état d'oxyde l'élément le plus basique du groupe; il s'ensuit que la solution initiale, tout en abandonnant dans les précipités successifs une faible partie de son lanthane, s'enrichit progressivement en cet élément. *Le fractionnement est continu lors de la précipitation.* Par contre, lorsque dans un mélange, il s'agit d'obtenir l'élément le moins basique ou un élément de basicité intermédiaire, le traitement s'avère beaucoup plus difficile. Le produit à séparer se trouve toujours dans la phase solide, et l'on doit procéder à une division, suivie d'un véritable fractionnement long et laborieux, pour obtenir des résultats comparables à ceux que nous venons d'indiquer à propos de la séparation de l'oxyde de lanthane. Ainsi à partir d'un mélange d'oxydes d'yttrium et d'erbium, nous avons pu facilement isoler à l'état pur la plus grande partie de l'oxyde d'yttrium, plus basique que celui d'erbium. Au contraire, la séparation partielle de ce dernier a demandé de longs mois de fractionnement.

En résumé, un traitement comportant seulement l'utilisation d'acide azotique et de gaz ammoniac, traitement d'une durée égale, sinon inférieure, à celle d'une opération chimique courante, permet d'extraire, dans un excellent état de pureté, la plus grande partie de l'oxyde de lanthane contenu dans le groupe des terres rares.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'absorption de l'oxyde de carbone par les solutions de carbonate cuivreux ammoniacal. Dissimulation de l'oxyde de carbone.* Note (¹) de MM. **Marcel Patry** et **Robert Duguet**, présentée par M. Paul Pascal.

On sait que les solutions aqueuses de carbonate cuivreux ammoniacal absorbent énergiquement l'oxyde de carbone en formant une combinaison complexe. On admet que cette combinaison est fragile et que le CO est facilement déplacé par action du cyanure de potassium. Le mécanisme de cette absorption n'est cependant pas encore connu avec certitude.

Nous avons fait barboter, à température constante, des mélanges d'oxyde de carbone et d'azote en proportions variables dans une solution de composition voisine de celle qui est utilisée dans l'industrie :

$$CO_2 : 12,5\ \% - NH_3 : 10,5\ \% - Cu : 11\ \% - \frac{[Cu^{+}]}{[Cu^{++}]} = 3.$$

L'azote n'ayant aucune influence sur les phénomènes observés, tout se passe comme si l'on opérait sous des pressions variables d'oxyde de carbone.

Nos essais avaient pour objet de déterminer la vitesse de fixation de l'oxyde de carbone par les solutions cuivreuses. L'oxyde de carbone fixé est déduit d'une part, avec certitude, des mesures de volume de gaz à l'entrée et à la

(¹) Séance du 24 novembre 1946.

sortie de l'absorbeur, d'autre part des analyses effectuées dans la liqueur. Dans ce dernier cas, on dose l'oxyde de carbone en le déplaçant par le cyanure de potassium de la combinaison complexe où il se trouve engagé, en dégazant la solution à la burette de Grümelunge et en analysant le gaz obtenu. On mesure ainsi directement l'oxyde de carbone libéré. En réalité, un dégazage préalable avant l'introduction du cyanure a montré qu'une partie de l'oxyde de carbone se trouvait simplement à l'état dissous et qu'il pouvait être mesuré d'une façon distincte de celui qui est engagé dans la combinaison complexe.

On a constaté au cours d'expériences, dont la durée a été de l'ordre de plusieurs jours, que la quantité de CO effectivement fixée (déduite des mesures de volumes des gaz à l'entrée et à la sortie de l'absorbeur) croissait avec le temps, régulièrement, jusqu'à la saturation, obtenue après 75 heures de passage environ. Par contre, il n'en est pas de même de la quantité de CO déduite des analyses effectuées dans la solution par le procédé au cyanure indiqué plus haut. En effet, l'analyse de l'oxyde de carbone par le procédé au cyanure ne rend pas compte du CO absorbé. Les valeurs trouvées sont toujours inférieures à celles qui sont déduites des mesures de volumes. Au début de l'absorption le CO, décelable par le procédé au cyanure, croît tout en restant inférieur en quantité à celui qu'on déduit des mesures de volumes. Cette quantité de CO passe ensuite par un maximum, puis décroît et devient de plus en plus faible au cours du temps. Quand les mesures de volumes montrent que la liqueur est saturée, le dosage au cyanure n'indique qu'une très faible quantité de CO. Bien plus, si on laisse la liqueur au repos pendant un temps suffisamment long, l'analyse donne des résultats tendant vers zéro.

Le tableau ci-dessous se rapporte à une expérience exécutée à 33° sur 1^{l} de solution avec un mélange gazeux à 50 % de CO. L'allure générale des phénomènes n'est pas changée si l'on fait varier la température ou la composition du mélange. Une augmentation de la pression partielle du CO conduit à une absorption plus rapide et plus importante. Une élévation de température a une influence inverse.

TABLEAU.

Temps (h)....	2.	5.	10.	15.	20.	40.	60.	70.	75	80.	85.	90.
CO abs. (l)...	4,4	12,5	21,7	24,2	26,7	41,5	55,0	60,4	63,2	64,6	67	69,3
CO dosé (l)...	1,7	4,7	9,1	9,2	8	5,8	4,2	4,2	4,1	4,1	3,7	3,4
Ecart.......	2,7	7,8	12,6	15,0	18,7	25,7	50,8	56,2	59,1	60,5	63,3	65,8

Ainsi l'oxyde de carbone absorbé par les liqueurs de carbonate cuivreux ammoniacal peut se trouver, dans le cas général, sous trois formes différentes :

1° Dissolution physique.

2° Complexe peu stable décelable par le cyanure de potassium.

3° Complexe plus stable non décelable par le cyanure de potassium.

L'absorption de CO a lieu tout d'abord sous les formes 1 et 2 (la dissolution physique précédant d'ailleurs la formation du complexe). Avec le temps le système évolue vers la troisième forme qui est la forme la plus stable.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des chlorures tertiaires γ-éthyléniques sur le benzène.* Note [1] de MM. **Jean Colonge** et **André Lagier**, présentée par M. Marcel Delépine.

La réaction de Friedel et Crafts entre halogénures éthyléniques et hydrocarbures aromatiques n'a été essayée jusqu'ici qu'avec des halogénures vinyliques et allyliques. Au cours d'une étude sur les alcools tertiaires γ-éthyléniques, nous avons préparé les chlorures suivants :

(I) Méthyl-5 chloro-5 hexène-1.............. $(CH_3)_2CCl.CH_2.CH_2.CH{=}CH_2$

(II) Triméthyl-5-6-6 chloro-5 heptène-1..... $(CH_3)_3C.C(CH_3)Cl.CH_2.CH_2.CH{=}CH_2$

(III) Diméthyl-2-6 chloro-6 heptène-2........ $(CH_3)_2CCl.CH_2.CH_2.CH{=}C(CH_3)_2$

Si on les fait réagir avec le benzène, en présence de chlorure d'aluminium, on obtient simultanément un composé bicyclique [dialcoyl-1-1 benzo-6-7 subérane (IV) ou dialcoyl-1-1-5-5 benzo-6-7 subérane (V)] et un composé auquel nous attribuons une constitution tricyclique représentée par la formule (VI), mais dont nous ne pouvons assurer que la masse moléculaire et la composition centésimale.

La constitution des polyméthylbenzosubéranes est démontrée par oxydation acétochromique qui conduit, selon le cas, à l'acide diméthylhomophtalique ou à l'anhydride du tétramétho-1_1-1_1-2_1-2_1 diéthyloïque-1-2 benzène (VII).

(IV).

(V).

(VI).

(VII).

(VIII).

(IX).

---

[1] Séance du 24 novembre 1947.

La formation d'un benzosubérane doit se faire en trois temps : *a*. Réaction normale du chlorure sur le benzène, donnant le composé (VIII); *b*. Addition d'acide chlorhydrique sur la liaison éthylénique, donnant le composé (IX); *c*. Cyclisation : Il faut admettre que, dans la phase *b*, l'acide chlorhydrique s'additionne sur la double liaison dans le sens inverse de celui qui est indiqué par la règle de Markownikow, sauf avec le chlorure (III).

Remarquons que la substitution du diméthyl-2-6 dichloro-2-6 heptane $(CH_3)_2CCl.CH_2.CH_2.CH_2.CCl(CH_3)_2$ au chlorure (III) conduit aux mêmes produits, ce qui étaye le mécanisme réactionnel précédent

Triméthyl-2-2-3 *heptène*-6 *ol*-3, $C_{10}H_{20}O$. — Obtenu par action de l'iodure de méthylmagnésium sur l'allylpinacolone; liquide, E_{10} 74°; d_4^{21} 0,862; n_D^{21} 1,4530.

Méthyl-2 *chloro*-2 *hexène*-5, $C_7H_{13}Cl$. — Se prépare par action de l'acide chlorhydrique commercial sur l'alcool correspondant. Rdt. 85 %, liquide incolore, E_{22} 41°; E_{749} 134°; d_4^{25} 0,879; n_D^{25} 1,4311.

Triméthyl-2-2-3 *chloro*-3 *heptène*-6, $C_{10}H_{19}Cl$. — Préparé de la même façon que le composé précédent; Rdt. 72 % ; liquide incolore; E_{16} 82°; d_4^{23} 0,910; n_D^{23} 1,4588.

Diméthyl-2-6 *chloro*-2 *heptène*-5, $C_9H_{17}Cl$. — Action du chlorure de thionyle sur l'alcool correspondant en présence de diméthylaniline; Rdt. 44 % ; liquide incolore, d'odeur piquante; E_{16} 71°; d_4^{21} 0,885; n_D^{21} 1,4513.

Diméthyl-2-6 *dichloro*-2-6 *heptane*, $C_9H_{18}Cl_2$. — Déjà préparé par Bruylant ([2]); on envoie du gaz chlorhydrique dans le mélange de 100g d'acide commercial et de 47g de diméthyl-2-6 heptène-6 ol-2; Rdt. 90 %. Solide blanc F 43°; E_{16} 94°; sublimable même à froid.

Diméthyl-1-1 *benzo*-6-7 *subérane*, $C_{13}H_{18}$. — Addition progressive de 12g du chlorure (I) au mélange de 100g de benzène et de 2g de chlorure d'aluminium anhydre à 20°, on termine par les traitements habituels; Rdt. 33 % ; liquide incolore; E_{16} 116°; d_4^{21} 0, 924; n_D^{21} 1,5141. Oxydé par l'anhydride chromique, cet hydrocarbure conduit à l'acide diméthylhomophtalique (Rdt. 30 %), il a déjà été préparé par l'un de nous ([3]) et par une autre voie.

Méthy-1 *tert. butyl*-1 *benzo*-6-7 *subérane*, $C_{16}H_{24}$. Préparé à partir du chlorure (II); Rdt. 52 % ; liquide incolore, visqueux; $É_{12}$ 141°; d_4^{19} 0,931; n_D^{19} 1,5168.

Tétraméthyl-1-1-5-5 *benzo*-6-7 *subérane*, $C_{15}H_{22}$. Préparé à partir du chlorure (III); Rdt. 30 % ; liquide visqueux, $É_{15}$ 130°; d_4^{23} 0,925; n_D^{23} 1,5122; oxydé par le mélange acétochromique, il donne l'anhydride du tétraméthodiéthyloïque benzène (VII).

Composé tricyclique (VI), $C_{24}H_{38}$. Obtenu en même temps que le composé

([2]) *Rec. Trav. Chim. P. B.*, 29, 1910, p. 133.

([3]) Colonge et Chambion, *Bull. Soc. Chim.*, 14, 1947, p. 388

précédent; Rdt. 12 % ; tandis qu'en utilisant le diméthyl-2-6 dichloro-2-6 heptane le rendement s'élève à 22 %. Solide blanc, F 147° (éther de pétrole).

Anhydride du tétramétho-1_1-1_1-2_1-2_1 *di-éthyloïque*-1-2 *benzène*, $C_{14}H_{18}O_3$. On oxyde 2g de tétraméthylbenzosubérane dissous dans 50cm³ d'acide acétique et 25cm³ d'eau, par 16g d'anhydride chromique à ébullition pendant 2 heures; après avoir chassé 50cm³ de liquide, on ajoute 75cm³ d'eau et l'on extrait à l'éther. Après départ du solvant, le produit cristallise; Rdt. 21 %. F 116° (éther de pétrole).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Dérivés d'addition du trithioanéthol.*

Note [1] de MM. **Noël Lozac'h** et **Olivier Gaudin**, présentée par M. Paul Pascal.

Dans des Notes antérieures [2] [3], il a été montré que le soufre peut agir sur l'anéthol ou l'eugénol en donnant des dérivés trisulfurés auxquels nous avons attribué la formule suivante [3] :

```
      /S—S\
R—C        C=S.
   \\ CH /
```

La présente Note a pour objet de décrire les réactions d'addition que donnent ces corps avec les halogènes et avec les halogénures de métaux lourds. La réaction du trithioanéthol sur certains sels métalliques a été indiquée dans un récent article [4] dont nous n'avons eu connaissance qu'après avoir terminé ce travail. La réaction avec les halogènes, à notre connaissance, ne semble pas avoir été jusqu'ici décrite.

Qu'il s'agisse d'un halogène ou d'un halogénure métallique, la préparation des composés d'addition avec le trithioanéthol est très simple : le corps trisulfuré, dissous dans un solvant convenable, le benzène par exemple, est additionné du réactif dissous dans le même solvant. Il se forme immédiatement un précipité microcristallin qu'on lave sur filtre avec un peu de solvant, puis on sèche. On obtient de la sorte des dérivés d'une pureté satisfaisante, sans qu'il soit nécessaire de faire recristalliser. Les points de fusion que nous donnerons sont des points de fusion instantanée. Leur détermination est assez aléatoire, par suite de l'instabilité des composés envisagés. Les dosages d'halogènes furent effectués selon la méthode de Baubigny.

Trithioanéthol et chlore : $C_{10}H_8OS_3$, Cl_2. Cristaux jaune orangé, F 98°. Cl % : calculé 22,8, trouvé 24,8.

Trithioanéthol et brome : $C_{10}H_8OS_3$, Br_2. Cristaux jaune orangé, F 156°. Br % : calculé 40,0, trouvé 39,5.

---

(1) Séance du 1er décembre 1947.

(2) O. Gaudin et R. Pottier, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 479.

(3) N. Lozac'h, *Comptes rendus*, **225**, 1947, p. 686.

(4) B. Böttcher et A. Lüttringhaus, *Ann. d. chemie.*, 557, 1947, p. 89.

Trithioanéthol et iode : $C_{10}H_8OS_3$, I_2. Cristaux rouge brun, F 164°. I % : calculé 51,4, trouvé 51,5.

Trithioanéthol et chlorure mercurique : $C_{10}H_8OS_3$, Cl_2Hg. Cristaux jaunes, F 220°. Cl % : calculé 13,9, trouvé 15,1.

Trithioanéthol et trichlorure d'antimoine : $C_{10}H_8OS_3$, Cl_3Sb, cristaux jaune orangé, F 132°. Cl % : calculé 22,7, trouvé 21,2-22,2.

Trithioanéthol et pentachlorure d'antimoine. — Les résultats sont moins nets et la température de fusion du composé d'addition obtenu variait d'une expérience à l'autre, ainsi que la teneur en chlore : Cl %, calculé pour $C_{10}H_8OS_3$, Cl_5Sb, 32,9, trouvé 29,7-33,5.

Trithioanéthol et chlorure stannique : $2C_{10}H_8OS_3$, $SnCl_4$. Cristaux ocres, F 185°. Cl % : calculé 19,2, trouvé 19,2-20,1. On remarquera qu'ici, contrairement aux autres cas, les proportions moléculaires sont 2 : 1 et non 1 : 1.

Nature des composés obtenus. — Dans le cas des halogènes, on pourrait envisager une addition sur une double liaison du trithioanéthol. La rapidité de la réaction, et son caractère quantitatif même dans le cas de l'iode, doivent écarter la possibilité d'une addition sur la double liaison C=C. Il est donc très vraisemblable que ces réactions d'addition se font par les fonctions sulfurées, car de tels exemples, surtout des additions de sels de métaux lourds, ont été déjà signalés dans la chimie des dérivés du soufre. Il y a donc deux éventualités à envisager : addition sur les soufres du cycle, ou sur la fonction thione. Il est impossible d'émettre actuellement un jugement définitif sur cette question, car on manque, en particulier, de points de comparaison. Nous signalerons toutefois une observation qui paraît militer en faveur du mécanisme où intervient la fonction thione : c'est l'action de l'iode sur le trithioeugénol qui diffère notablement de ce que l'on observe avec le trithioanéthol. Le précipité qui se forme a une teneur en iode de 20,2 %. La teneur calculée pour $C_{10}H_8O_2S_3$, I_2 est 49,9. Or nous avons déjà signalé ([3]) que l'on peut envisager, pour le trithioeugénol une tautomérie thione-thiol. La faible teneur en iode du précipité formé viendrait de ce que le produit d'addition iodé, provenant de la forme thione, serait souillé d'un produit de dédoublement non iodé, provenant de la forme thiol dont la formule serait

```
CH3O\                     /S—S\              /S—S\                     /OCH3
     >C==CH                                                  /CH==C
O=C<            >C=C            C  S  S  C            C=C<           >C=O
     \CH=CH/         \CH//              \\CH/                  \CH=CH/
```

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de roches éruptives antérieures à la phase majeure de la tectonique hercynienne, dans les terrains dinantiens du Sud-Est de la Montagne Noire (Hérault).* Note de M. **Bernad Gèze**, présentée par M. Charles Jacob.

On connaît depuis longtemps l'existence de *porphyrites* dans le Sud-Est de la Montagne Noire, au voisinage des villages de Laurens, Gabian, Vailhan,

Neffiès et Cabrières. Pour les principaux auteurs antérieurs (Bergeron, de Rouville et Delage), ces porphyrites seraient venues dans la formation schisto-gréseuse viséenne du substratum postérieurement à la mise en place de la grande écaille hercynienne de Laurens-Cabrières qu'elles traverseraient localement. Elles atteindraient même, pour les plus récentes d'entre elles, les niveaux inférieurs du Permien transgressif.

J'ai pu reconnaître l'inexactitude de la plupart de ces remarques.

Le Permien n'est jamais intéressé par les venues porphyritiques. Dans la seule zone, proche de Gabian, où l'on observe le contact des deux terrains, la porphyrite, pourrie et rubéfiée en surface, avant la sédimentation permienne, se trouve seulement à l'état remanié, comme constituant d'un grès grossier dans la base de l'Autunien. D'ailleurs, déjà des fragments en figurent dans la base du Stéphanien, là où cet étage est conservé.

L'écaille de Laurens-Cabrières n'est pas traversée par les porphyrites. Les schistes siluriens et les calcaires dévoniens de l'écaille sont en contact mécanique au-dessus des porphyrites, souvent fort broyées et même *schistosées* près de la surface de charriage, dans toute la région occidentale. Dans la région orientale, les anomalies apparentes s'expliquent soit par le fait que de petits paquets de porphyrites ont été entraînés dans les schistes siluriens, lors du chevauchement de ces derniers, soit par la présence de roches différentes des porphyrites vraies, qui sont incluses dans le Viséen de l'écaille.

Il est probable que les porphyrites sont dinantiennes et antérieures à l'essentiel de la formation schisto-gréseuse viséenne. L'examen pétrographique de ces porphyrites permet de reconnaître des *andésites*, souvent fluidales, à plagioclases albitisés et calcifiés, hornblende brune, augite et beaucoup d'apatite, des *dacites* (et dacitoïdes), analogues aux précédentes toujours avec beaucoup d'apatite, mais renfermant en outre de la biotite et du quartz souvent pœcilitique, enfin de rares *dolérites* plus ou moins quartziques, à biotite, et même quelques *rhyolites*.

Les andésites et dacites, paraissant associées, constituent vraiment le groupe porphyritique. Dans la région occidentale, sous l'écaille de Laurens-Cabrières, elles reposent, et sont le plus souvent glissées, sur la formation schisto-gréseuse viséenne du substratum, qui appartient à une série renversée [1]; mais, sous réserves des broyages et de l'altération intense qui empêchent d'être affirmatif, il semble qu'en quelques points les schistes gréseux renferment des débris de porphyrites et que des tufs éruptifs contribuent, sur quelques mètres, à la genèse des grès. De même, les affleurements restreints de porphyrite isolée se présentent plutôt comme de petits paquets engagés dans les schistes que comme des filons les traversant.

---

(1) J'ai décrit cette unitée tectonique sous le nom de *Nappe des Monts de Faugères* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 5e série, 15, 1945, pp. 112 à 115).

Par contre, dans la région orientale, où se trouvent les rares dolérites quartziques et les rhyolites, il existe incontestablement des filons plus récents qui traversent les formations viséennes.

L'examen des grès et des poudingues intra-viséens démontre, en outre, que des roches granitiques se sont mises en place au début de cette période.

Sans doute, dans toutes les séries détritiques antérieures, existe-t-il des minéraux, et même parfois des galets, provenant de roches éruptives ou métamorphiques, mais tous paraissent résulter du démantèlement de formations antécambriennes ou du Cambrien inférieur. Au contraire, dans le Viséen, certains niveaux grossiers renferment des éléments éruptifs d'une rare fraîcheur, prouvant un transport très réduit, qui ne peuvent en tout cas pas provenir de zones antécambriennes émergées au loin ou de sédiments antérieurs remaniés. Près de la ferme du Temple de Cabrières, notamment, j'ai découvert une arkose ayant presque l'aspect d'un granite légèrement écrasé. Comme l'essentiel des granites de la Montagne Noire et des Cévennes méridionales s'est mis en place à la fin de la phase hercynienne majeure (Westphalien), ils ne peuvent pas expliquer non plus ces résidus arkosiques.

Nous sommes donc conduit à admettre l'existence, dans le Sud-Est de la Montagne Noire, de venues éruptives (granites, dacites, andésites, peut-être rhyolites et dolérites quartziques) sans doute dès le début du Dinantien, mais, de toutes façons, avant la phase majeure westphalienne de la tectonique hercynienne.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur quelques types de pontes du Grès à* Voltzia (*Trias inférieur*) *des Vosges*. Note de M. **Louis Grauvogel**, présentée par M. Charles Jacob.

Certains des feuillets périodiques (*microcycles de sédimentation*) qui constituent les lentilles argileuses intercalées dans le Grès à *Voltzia* des Vosges sont caractérisés par de curieuses associations de restes animaux et végétaux, susceptibles de nous éclairer sur le milieu biologique, sur le climat et, peut-être, dans une certaine mesure, sur les variations saisonnières qui régnaient dans la région à la fin du Trias inférieur ([1]).

C'est ainsi que des types variés de pontes, aisément reconnaissables, sont régulièrement associés à des larves aquatiques d'insectes ailés et à des fleurs mâles de *Voltzia* avec étamines bien conservées. Je voudrais donner ici la description sommaire de quelques-unes de ces pontes, en laissant de côté toutes celles du type bien connu *Palaeoxyris*.

1. *Œufs à auréole individuelle*. — Ils se présentent sur les feuillets schisteux

([1]) L. Grauvogel, *Contribution à l'étude du Grès à* Voltzia (3 Notes) (*C. R. S. G. F.*, 3, 17 février et 3 mars 1947).

en disques bruns plus ou moins foncés mesurant $0^{mm},15$ à $0^{mm},2$, avec auréole claire d'un diamètre de $0^{mm},25$ à $0^{mm},27$. Disques et auréoles sont toujours parfaitement circulaires, concentriques et nettement délimités. L'œuf était donc sphérique et entouré d'un mucus pourvu de membrane.

Le disque brun montre souvent une ou deux taches noires, taches oculaires de l'embryon.

Ces œufs sont isolés ou en petits amas irréguliers, retenus par un mucus dont l'empreinte demeure parfois nettement visible. Ces amas semblent être des fragments de pontes complètes plus volumineuses. Une telle ponte, à contour à peu près circulaire de 80^{mm} de diamètre, montre en son centre un débris ligneux mesurant 24×7^{mm} : j'ai évalué le nombre des œufs à au moins 6000.

Il s'agit probablement de pontes de poissons dont les restes se retrouvent dans les mêmes microcycles ou dans les microcycles suivants.

2. *Pontes en chapelet ou cordon ovigère.* — Elles rappellent, à une échelle fortement réduite, les pontes des crapauds actuels. Le *cordon ovigère*, qui renferme 400 à 2000 œufs placés en file, est très lâchement pelotonné et affaissé sur un espace ovale de 250 à 700^{mm^2}. Les œufs, ronds, mesurent 0,07 à $0^{mm},08$. Leur enveloppe chitineuse est brune et montre souvent par transparence les deux taches oculaires noires de l'embryon. Dans quelques-unes de ces pontes, les œufs sont éclos, les deux moitiés de la coque restant accolées par une petite charnière.

Avec ces pontes en chapelet se rencontrent surtout des *Estheria*, mais aussi des ailes et des larves aquatiques d'insectes divers, ainsi que des radicelles de Fougères.

Certains Trichoptères actuels (*Holocentropus*) donnent des pontes en cordon ovigère analogue ([2]).

3. *Pontes en masses ovigères gélatineuses.* — Elles ressemblent également beaucoup à celles de certains Trichoptères actuels (*Phryganea, Glyptotelius*), et leurs empreintes se présentent sous deux formes :

a. En boudin unique long de 20 à 50^{mm}, large de 2 à 9^{mm}, arrondi aux deux extrémités, souvent incurvé en « S » très ouvert, renfermant sans ordre apparent 300 à 1000 œufs *ellipsoidaux* mesurant $0^{mm},3$ sur $0^{mm},2$, à enveloppe chitineuse brune. Parfois chaque œuf de la ponte renferme encore son embryon. Le plus souvent tous les œufs sont éclos et les coques ouvertes en deux valves comme une coquille de moule en miniature. La forme des œufs est fréquemment conservée, soit en relief, soit en creux.

b. En deux boudins analogues aux précédents, mais accolés par un bout, en « V » plus ou moins ouvert. Chacun de ces boudins, long de 8 à 12^{mm} et large de 1,6 à 2^{mm}, renferme 600 à 1000 œufs *sphériques*, soit pour la ponte

([2]) E. ROUSSEAU, *Larves et nymphes aquatiques des Insectes d'Europe*; 1921.

complète 1200 à 2000 œufs d'un diamètre d'environ $0^{mm},16$, de couleur brun foncé.

Il est à supposer que ces pontes proviennent effectivement d'insectes voisins ou précurseurs des Trichoptères actuels dont les restes se retrouvent précisément dans les mêmes couches.

4. *Œufs d'Esthéries.* — La fossilisation d'œufs d'*Estheria* a déjà été signalée par Bill [3]. Le plus souvent ces œufs n'ont laissé que leur empreinte, mais parfois ils sont silicifiés et ont conservé leur forme. Ils sont alors parfaitement sphériques, d'un diamètre de $0^{mm},13$ et jusqu'au nombre de 60 dans une même ponte.

Il est à remarquer que ces Esthéries avec œufs conservés en place dans le sac ovigère ne se rencontrent que dans quelques microcycles bien définis et non dans beaucoup d'autres où les Esthéries sont également abondantes. Il est vraisemblable que ces œufs prennent naissance dans des conditions spéciales et correspondent à une forme de résistance.

Il semble bien que toutes ces pontes se trouvent fossilisées dans leur milieu de vie, à l'endroit même où elles ont été déposées. Si l'attribution rigoureuse à des animaux déterminés n'est pas encore possible dans les trois premiers cas, les premiers rapprochements tentés attestent le caractère d'eau douce des microcycles correspondants. D'autre part, ces œufs ont été pondus à une époque définie de l'année, celle de la *floraison des Voltzia*.

OCÉANOGRAPHIE. — *Mesures viscosimétriques en Méditerranée et définition d'une nouvelle constante océanographique.* Note de M. et Mme **Robert Darmois**, présentée par M. Jean Cabannes.

Dans une précédente Note [1], nous avons donné, en fonction de la profondeur, la température et la salinité de 36 prélèvements effectués à bord de l'*Eider*, ainsi que la position des stations correspondantes.

Parallèlement à ces observations, nous avons déterminé la viscosité de chacun de ces échantillons avec une précision de l'ordre du 1/10000, afin de pouvoir déceler les écarts minimes qui pouvaient se présenter.

L'appareillage consistait en un ultrathermostat assurant une température fixe à 1/200 de degré près et en un jeu de viscosimètres hélicoïdaux spécialement construits [2]. Les temps d'écoulement étaient relevés au 1/100 de seconde. Toutes les déterminations ont été effectuées à 28°. Les prélèvements étaient limpides et exempts de toute suspension. Nous avons utilisé 15^{cm^3} pour chaque détermination. Une autre fraction de chaque échantillon servait au même moment à déterminer la chloruration.

---

(3) P. Bill, *Mitt. géol. Landesanst. Els.-Lothr.*, 8, p. 327.

(1) R. et J. Darmois, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 1081.

(2) R. Darmois, *Comptes rendus*, 225, 1947, p. 678.

Désignons respectivement par η, d et t, le coefficient de viscosité, la densité par rapport à l'eau à 4° et le temps d'écoulement de l'eau de mer à la température 28°. Soient η_0, d_0 et t_0 les quantités correspondantes pour l'eau pure. On a, K désignant une constante dépendant du viscosimètre : $\eta = Kdt$ et $\eta_0 = Kd_0t_0$, d'où $\eta/\eta_0 = (d/d_0)(t/t_0)$. η/η_0 est la viscosité relative η_r de l'échantillon étudié par rapport à l'eau. Connaissant la viscosité de l'eau à 28° (soit 0,836 centipoises), on en déduit facilement η.

Lorsque η_r est voisin de 1, la viscosité spécifique $\eta_s = \eta_r - 1$ est faible et est sensiblement proportionnelle à la concentration C, pour une même température. Dans un travail antérieur, nous avons étudié les solutions des principaux sels de l'eau de mer pris séparément, et trouvé que η_s/C est pratiquement constant dans un assez large domaine de concentrations.

N° du prélèvement.	S.	d_4^{28}.	d_{28}^{28}.	t/t_0.	η_r.	η (centipoises).	$(\eta_S/S).10^3$.
1....	38,79	1,0253	1,0292	1,0533	1,0841	0,906	2,167
2....	38,87	1,0253	1,0292	1,0535	1,0843	0,906	2,168
3....	38,50	1,0251	1,0289	1,0531	1,0835	0,906	2,169
4....	38,13	1,0248	1,0286	1,0532	1,0833	0,906	2,185
5....	37,86	1,0246	1,0284	1,0520	1,0819	0,904	2,163
6....	38,27	1,0249	1,0287	1,0531	1,0833	0,906	2,177
7....	38,34	1,0249	1,0287	1,0532	1,0834	0,906	2,176
8....	38,36	1,0249	1,0288	1,0523	1,0826	0,905	2,154
9....	38,25	1,0249	1,0287	1,0523	1,0823	0,905	2,157
10....	38,32	1,0249	1,0287	1,0535	1,0837	0,906	2,185
11....	37,99	1,0247	1,0285	1,0539	1,0839	0,906	2,208
12....	38,01	1,0247	1,0285	1,0531	1,0831	0,905	2,187
13....	38,02	1,0247	1,0285	1,0527	1,0828	0,905	2,178
14....	38,21	1,0248	1,0287	1,0535	1,0837	0,906	2,192
15....	38,32	1,0249	1,0287	1,0529	1,0831	0,905	2,169
16....	38,12	1,0248	1,0286	1,0538	1,0839	0,906	2,201
17....	38,30	1,0249	1,0287	1,0540	1,0842	0,906	2,199
18....	38,10	1,0248	1,0286	1,0536	1,0837	0,906	2,197
19....	38,27	1,0249	1,0287	1,0523	1,0825	0,905	2,156
20....	38,30	1,0249	1,0287	1,0535	1,0837	0,906	2,186
21....	38,13	1,0248	1,0286	1,0535	1,0836	0,906	2,193
22....	38,29	1,0249	1,0287	1,0531	1,0833	0,906	2,175
23....	38,88	1,0253	1,0292	1,0539	1,0847	0,907	2,178
24....	38,24	1,0249	1,0287	1,0538	1,0840	0,906	2,197
25....	38,30	1,0249	1,0287	1,0540	1,0842	0,906	2,199
26....	38,27	1,0249	1,0287	1,0523	1,0825	0,905	2,156
27....	38,34	1,0249	1,0288	1,0533	1,0836	0,906	2,181
28....	38,25	1,0249	1,0287	1,0530	1,0832	0,905	2,176
29....	38,15	1,0248	1,0286	1,0534	1,0835	0,906	2,189
30....	38,23	1,0248	1,0287	1,0535	1,0837	0,906	2,188
31....	38,13	1,0248	1,0286	1,0534	1,0835	0,906	2,190
32....	38,13	1,0248	1,0286	1,0529	1,0830	0,905	2,177
33....	38,27	1,0249	1,0287	1,0534	1,0836	0,906	2,185
34....	38,21	1,0249	1,0287	1,0541	1,0843	0,906	2,207
35....	38,01	1,0247	1,0285	1,0518	1,0818	0,904	2,152
36....	38,27	1,0249	1,0287	1,0536	1,0838	0,906	2,190

En admettant que les proportions relatives des sels de l'eau de mer ne varient pas, le quotient η_s/S, où S représente la salinité, doit donc rester constant si cette eau ne renferme effectivement que des sels. Pour chaque échantillon, nous avons calculé avec les tables de Knudsen la densité d_4^{28} à 28° par rapport à l'eau à 4°; nous en avons déduit la densité d_{28}^{28} par rapport à l'eau à 28°. Le tableau donne les résultats obtenus, ainsi que pour t/t_0, η_r, η et le quotient η_s/S.

On voit que le quotient η_s/S oscille autour d'une valeur de $2,17.10^{-3}$. La valeur la plus faible $2,15.10^{-3}$ correspond vraisemblablement à l'eau la plus pure. Des traces de matières organiques en solution ne peuvent en effet qu'augmenter ce nombre, les quotients η_s/C relatifs à ces traces étant 10 et même 100 fois plus élevés.

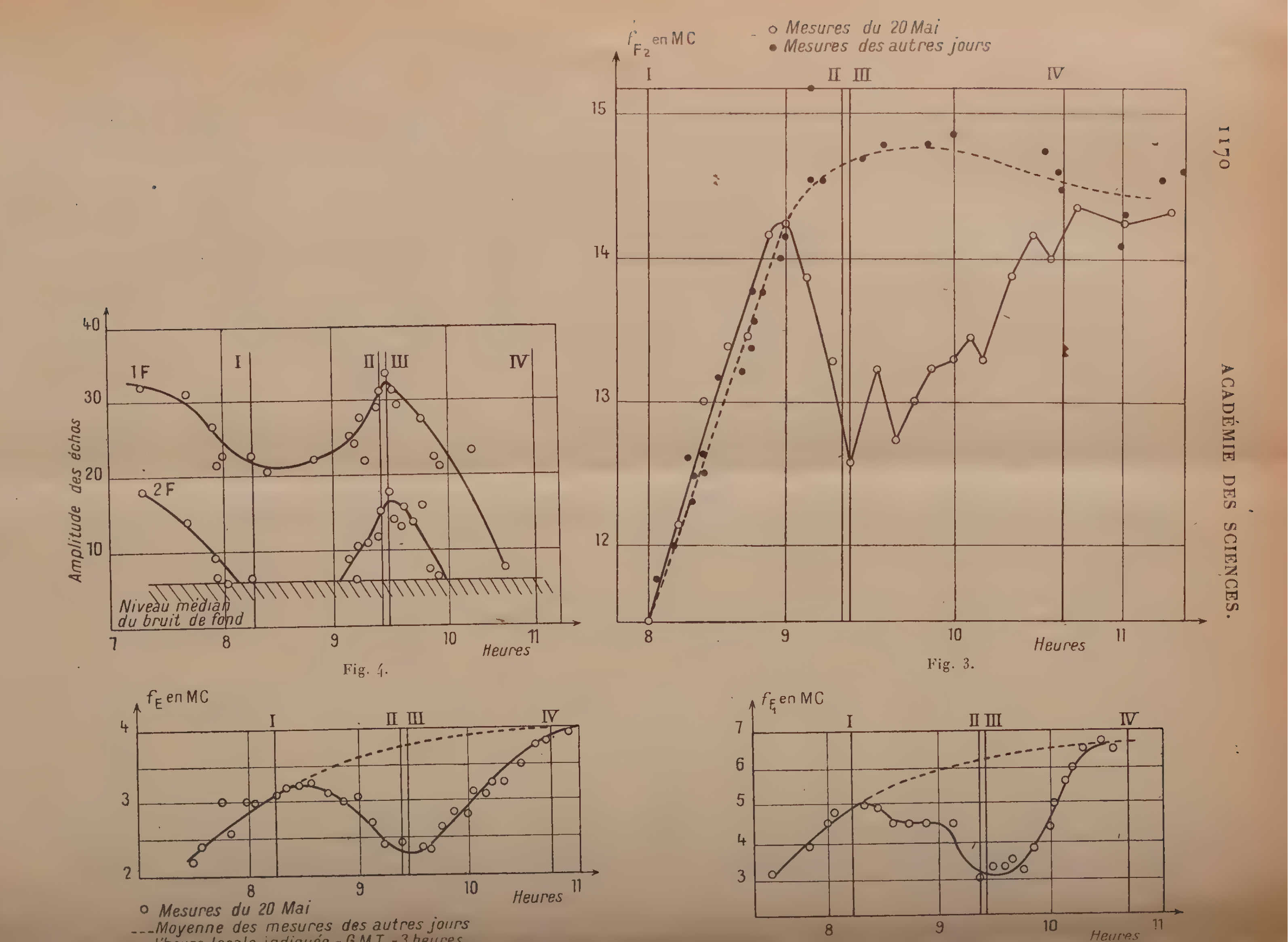
Le calcul peut conduire à une valeur très voisine de nos déterminations. Connaissant les proportions des principaux sels de l'eau de mer, nous avons calculé pour l'un de nos échantillons, le n° 28, de salinité 38,25, les poids et les pourcentages de ces sels ainsi que les quotients η_s/C à 22° d'après certaines de nos mesures antérieures. On a obtenu pour ces quotients : 1,52 pour NaCl, 4,79 pour $MgCl_2$, 5,35 pour SO_4Mg, 0,00 pour KCl, 3,00 pour SO_4Ca; pour les sels non principaux, nous avons adopté une valeur moyenne de 4. La somme des produits du pourcentage de chaque sel par la valeur correspondante de η_s/C donne le quotient η_s/S à 22° du prélèvement n° 28, supposé contenir uniquement des sels. On trouve $2,12.10^{-3}$. Or, nous avons déterminé expérimentalement à 22° la viscosité du n° 28; on a obtenu $\eta_r = 1,0828$ d'où $\eta_s/S = 0,0828/38,25$, soit $2,16.10^{-3}$, résultat sensiblement égal à celui calculé en supposant l'échantillon exempt de toute matière organique.

Il apparaît donc bien que l'on ait défini par le quotient η_s/S une constante qui doit être attachée à l'eau de mer pour en caractériser la pureté. Nos mesures montrent que l'eau de la Méditerranée est remarquablement pure. On peut sans doute attribuer les légers écarts du quotient η_s/S à des traces de matières organiques en solution, mais en quantité très faible. Remarquons d'ailleurs que les prélèvements 5, 7, 9, 11 d'une part, 6, 8 et 10 d'autre part, effectués respectivement dans un courant et hors courant, donnent sensiblement les mêmes valeurs moyennes pour η_s/S.

PHYSIQUE SOLAIRE. — *Résultats des observations ionosphériques effectuées pendant l'éclipse totale de Soleil du 20 mai 1947*. Note ([1]) de MM. **Jean-François Denisse**, **Pierre Seligmann** et **Roger Gallet**, présentée par M. Jean Cabannes.

Conditions d'observation. — Des mesures ionosphériques ont été effectuées au cours de l'éclipse totale de Soleil du 20 mai 1947 à Bébédouro (Brésil). Les circonstances étaient telles que l'éclipse était totale pour les différentes couches

([1]) Séance du 24 novembre 1947.



f'F2 en MC
○ Mesures du 20 Mai
● Mesures des autres jours
I
II III
IV
Heures
Amplitude des échos
1F
2F
Niveau médian du bruit de fond
fE en MC
fE1 en MC
○ Mesures du 20 Mai
---Moyenne des mesures des autres jours

Fig. 3.

Fig. 4.

ionosphériques au-dessus du point d'observation, avec une avance de quelques minutes sur l'éclipse au sol. Des mesures des fréquences critiques et des hauteurs virtuelles des couches E, F_1, F_2 et E_s ont été effectuées toutes les quatre minutes environ avec un radio-sondeur automatique balayant la gamme de 1,4 à 18 mégacycles. Des mesures d'absorption par la couche D ont été faites à l'aide d'un sondeur à fréquences fixes.

Résultats. — Les courbes jointes donnent les résultats bruts des mesures; une discussion plus complète sera donnée ultérieurement.

Couche E. — Courbe de variation normale. Elle conduit à une valeur du coefficient de recombinaison de l'ordre de $\alpha_E = 0,5.10^{-8}$ (*fig.* 1).

Couche F_1. — Étant donné l'heure matinale de l'observation, les couches F_1 et F_2 étaient à peine distinctes. Il semble que la brusque diminution d'ionisation observée dans F_2 vers 9 heures ait influencé la variation de F_1. Il s'ensuit une valeur du coefficient de recombinaison calculé pour F_1 sans doute un peu forte; on trouve $\alpha_{F_1} \doteq 2,10^{-9}$ à 50 % près (*fig.* 2).

Couche F_2. — La faible dispersion des mesures et leur précision (0, 1 Mc près) permet de situer assez bien le début très brusque de la diminution d'ionisation qui se trouve présenter un *retard de* 50 *minutes* environ sur le début de l'éclipse optique. Ce retard, qui n'est pas observable dans les autres couches, est peut-être lié à l'occultation au même instant d'un groupe de taches jeune, d'importance moyenne, et situé au voisinage du méridien central du Soleil. Un filament équatorial puis deux groupes détachés, constituant la majeure partie de l'activité solaire de ce jour-là, sont occultés peu après. Le retour aux conditions normales comporte des fluctuations dont les amplitudes semblent supérieures aux incertitudes des mesures. Utilisant la décroissance régulière de l'ionisation, on peut calculer une valeur minimum du coefficient de recombinaison; on trouve $\alpha_{F_2} \geqq 1.10^{-10}$ (*fig.* 3).

Couche D. — Les mesures d'absorption effectuées sur 4 Mc montrent une variation de l'ionisation de la couche D en synchronisme avec l'occultation du disque solaire et conduisant au moment de la totalité aux conditions de la propagation de nuit et à $\alpha_D > 10^{-7}$.

La figure 4 reproduit les variations d'amplitude des échos 1F et 2F tels qu'ils ont été mesurés sur l'écran d'un oscillographe.

Nous n'avons remarqué aucune variation particulière de la couche E_s ni des hauteurs apparentes des différentes couches.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Nouvel argument en faveur du rapprochement des Ophrydées et des Ficaires.* Note [1] de Mlle **Madeleine Fourcroy**, présentée par M. Joseph Magrou.

Les modes de multiplication végétative des Ficaires ont été étudiés magistralemeut par Van Tieghem : « Chaque tubercule porte près de son point

[1] Séance du 1er décembre 1947.

d'insertion un petit bourgeon qui se détache avec lui, le tubercule axial en étant seul dépouvu ». Et, plus loin : « tous les tubercules ont une structure identique ; le système vasculaire, simple au point d'insertion, s'y bifurque bientôt ; une partie entre dans le bourgeon pour en constituer l'axe tandis que l'autre s'en détache presque perpendiculairement et chemine dans l'axe du tubercule » ([2]).

Ainsi, normalement, le raccord entre l'appareil conducteur du bourgeon et celui du tubercule est assuré au point de bifurcation ; le bourgeon procède d'un mode de formation *endogène*. Cependant, en bas de page, et sans référence, Bonnier signale que « parfois, les bourgeons se forment dans l'écorce, près de la surface des racines et sont *exogènes* » ([3]). Mais il n'envisage ni la question fondamentale du raccord conducteur, ni celle de la signification d'un tel bourgeon.

La présente Note a pour but d'illustrer et d'interpréter ce cas exceptionnel (encore que j'en aie observé plusieurs exemples). Un bourgeon s'est développé à quelques millimètres du collet d'une racine tuberculisée (*fig.* 1). Celle-ci



Fig. 1. — Coupe transversale de la racine montrant la coupe longitudinale axiale du bourgeon (schéma).

possède une stèle quaternaire ; le bourgeon est perpendiculaire à son axe et présente une racine qui se coude brusquement dans le plan de la coupe et qui révèle ainsi une stèle ternaire, plus pauvre en éléments que la stèle centrale. Aucun contact ne s'établit ; tout se passe comme si la racine du bourgeon était réduite à sa stèle se développant de façon basipète dans la racine mère, paral-

([2]) *Ann. Sc. Nat. Bot.*, 5e série, 5, 1886.

([3]) *Cours de Botanique*, 1901, p. 395.

lèlement à sa stèle principale. Je les ai suivies sur 1cm,3, longueur de l'échantillon malheureusement incomplet; le tubercule est *partout bistélique* (*fig.* 2). Aucun raccord conducteur ne s'opère; tout au plus, peut-on noter un faible rapprochement progressif : 13 cellules les séparent au niveau de la figure 1; 7 seulement au niveau de la seconde, 1cm,3 plus bas.

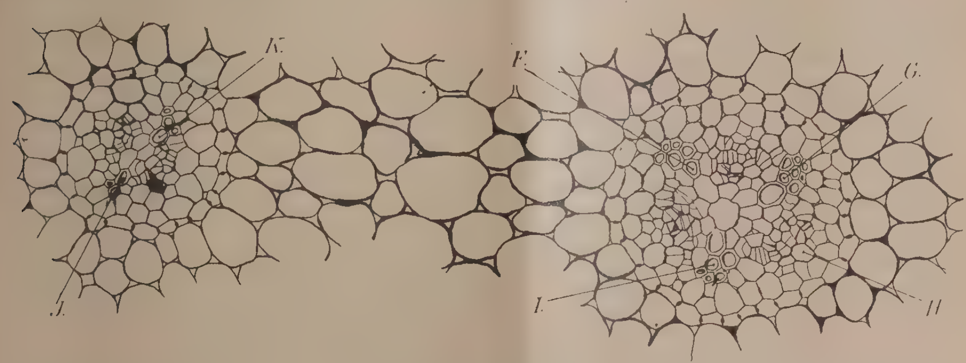


Fig. 2. — A 1cm,30 du collet, la racine est toujours bistélique. La stèle normale présente trois convergents I, F, G et la fin en cœcum du quatrième H; la stèle correspondant au bourgeon n'en n'a plus que deux, J et H.

Chacune de ces deux stèles est le siège d'une réduction du nombre des convergents. Cette réduction se réalise très lentement dans la stèle médiane qui, de quaternaire, devient ternaire; elle est plus rapide dans la stèle supplémentaire, qui devient binaire. L'une et l'autre suivent le second type de réduction de Naegeli, avec extinction en cœcum du xylème et fusion des phloèmes.

Or, Van Tieghem affirme que « toutes les racines nourricières sont *grêles et ternaires* (c'est moi qui souligne) et présentent des radicelles insérées suivant trois génératrices ». On en peut déduire que le bourgeon a émis une racine nourricière, premier acte de l'élaboration du tubercule de remplacement dans la reproduction végétative normale; mais au lieu d'être indépendante, cette racine est concrescente avec le tubercule; elle n'a émis aucune radicelle et a sans doute *nourri* le bourgeon aux dépens du parenchyme amylifère dans lequel elle végète.

Van Tieghem, mais surtout Prillieux, Aimé Henry, Irmisch, Clos, et plus tard Noël Bernard ont cherché des arguments pour justifier l'étroite parenté qu'ils reconnaissaient entre la Ficaire et les Ophrydées. Ils invoquent la rareté de la reproduction par graines, la germination difficile, la monocotylie, le développement imparfait de l'embryon, et concluent unanimement : « le tubercule de la Ficaire est identique au faux bulbe des Ophrydées ». On pouvait leur objecter « à la polystélie près, . . . ». Cet exemple prouve qu'un processus de soudure peut exister, et, conduisant la Ficaire à une bistélie, fournir l'argument anatomique qui manquait aux auteurs précédents.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Diagnostic de carence azotée du Pommier par l'analyse de la feuille. Vérification expérimentale.* Note ([1]) de M. **Georges Guyon**, présentée par M. Albert Demolon.

Les arboriculteurs d'Auvergne observent depuis quelques années en préverger un affaiblissement progressif de certains Pommiers (variété Reinette du Canada) entraînant une diminution considérable de la production.

Cette maladie, appelée dans le pays *dépérissement du Pommier* ou encore *maladie du bois rouge*, est caractérisée par : *a*. des feuilles peu nombreuses, petites, vert clair ; *b*. l'absence de développement de rameaux tant latéraux que terminaux ; *c*. un rougissement de l'écorce des branches du côté exposé au rayonnement solaire; *d*. une faible production de fruits (pommes peu nombreuses et petites). Dans les cas graves, l'extrémité des branches charpentières se dessèche progressivement vers la base. En quelques années l'arbre meurt; certains vergers, dangereusement atteints, se dépeuplent.

Il nous est apparu que cette maladie pouvait être le résultat d'une carence alimentaire. Les symptômes ci-dessus décrits font penser à une déficience azotée.

En 1946 nous commençâmes une série d'expériences de nutrition avec divers fertilisants parmi lesquels l'azote et quelques oligo-éléments. En même temps nous analysions, au cours de la végétation, des feuilles prélevées sur des bouquets foliaires de bourgeons à fruits dans la partie moyenne des branches charpentières. Voici quelques résultats ainsi obtenus :

	26 juin 1946. — Arbres		2 septembre 1946. — Arbres	
	malades.	sains.	malades.	sains.
N % de matière sèche	1,55	2,75	1,44	2,22
P_2O_5 % »	0,65	0,55	0,58	0,47
K_2O »	1,65	1,75	1,40	1,90
CaO »	—	—	2,20	1,90
Poids de 100 feuilles sèches (en g).	11	30	14	34

La teneur en azote des feuilles des pommiers malades est très nettement inférieure à celle des feuilles des arbres sains. Comme d'autre part le développement des feuilles est de 2 à 3 fois moindre pour les arbres malades, il en résulte pour ces derniers un déficit d'azote foliaire considérable, un arbre sain renfermant environ 5 à 6 fois plus d'azote dans ses feuilles qu'un arbre malade de même grandeur. Les autres éléments varient dans des limites beaucoup

([1]) Séance du 14 novembre 1947.

moindres que l'azote. La considération du diagnostic foliaire, selon H. Lagatu et L. Maume, montre une alimentation globale très supérieure pour les arbres sains avec un équilibre N. P. K. nettement différent et bien plus élevé quant à la quote-part de l'azote.

La carence azotée est ainsi manifeste et pourtant en 1946 tous les arbres malades ayant reçu des engrais azotés, même en profondeur et à forte dose, jusqu'à 250kg d'azote à l'hectare en trois applications, n'ont pas réagi nettement. Il n'y eut pas de départ de nouveaux rameaux et les feuilles sont restées petites quoique cependant prenant une teinte verte plus foncée.

Ce n'est qu'en 1947 que les arbres traités en 1946 et continuant de recevoir de fortes fumures azotées échelonnées dans le temps, réagirent nettement à la fumure. Leurs feuilles devinrent normales, grandes et vertes; les arbres portèrent des fruits et enfin des pousses nouvelles apparurent. En même temps, la teneur en azote des feuilles s'améliora ainsi qu'en témoignent les résultats suivants :

	Azote % de matière sèche.	
	Août 1947.	Septembre 1947.
Une année de fumure azotée (pommiers en cours de guérison).	2,12	2,11
Deux années de fumure azotée (pommiers guéris)...........	2,92	2,22

Cette démonstration expérimentale de carence azotée du Pommier en pré-verger a demandé deux années de fumure azotée ininterrompue, en raison vraisemblablement de l'épuisement intense des pommiers malades. Elle a été vérifiée d'autre part en 1947 par alimentation directe à l'aide d'une solution de nitrate d'ammonium à 5g par litre, arrivant en pression dans un trou foré dans le tronc. Les arbres malades ainsi traités de bonne heure au printemps réagirent très nettement et peuvent être considérés comme guéris.

Le manque d'azote des pommiers en pré-verger est dû à la coexistence des cultures. L'herbe s'empare non seulement de presque tout l'azote du sol qui nitrifie annuellent, mais aussi de la plus grande partie de l'engrais azoté apporté en surface.

Le Pommier exporte peu d'azote par ses fruits (6 à 20 kg/ha), mais l'azote de ses feuilles en quantité beaucoup plus importante retourne au sol au bénéfice exclusif de l'herbe. Il s'ensuit que la carence azotée en pré-verger est très fréquente et ne peut être évitée que par des fumures azotées copieuses.

De nombreuses analyses nous ont montré que le Pommier de Canada en pré-verger manifeste une sous-nutrition azotée caractérisée dès que le pourcentage de l'azote des feuilles prélevées en août dans les conditions indiquées tombe au-dessous de 2 %. La teneur normale d'arbres sains, en bon état de végétation et de production, atteint et dépasse 2,30 %.

La remise en état des vergers malades exigerait l'emploi annuel de 150 à 250kg d'azote à l'hectare pendant plusieurs années consécutives.

IMMUNOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une méthode de dosage des virus des plantes.* Note de M. **Pierre Limasset** et Mlle **Hélène Augier de Montgremier**, présentée par M. Joseph Magrou.

Jermoljev et Hruska (1939) ont mis au point une méthode de sérodiagnostic très élégante qu'ils ont appliquée aux virus déterminant des mosaïques chez la Pomme de terre. Une goutte de sérum d'un lapin immunisé par le virus incriminé est mélangée sur une lame porte-objet de microscope, avec une goutte de jus de plante malade clarifié par centrifugation. L'examen est réalisé au fond noir à faible grossissement. Lorsque le jus de plante éprouvé contient le virus ayant servi à préparer le lapin, un précipité spécifique apparaît, soit immédiatement, soit après une incubation de quinze minutes à une demi-heure réalisable à une température comprise entre 22° et 37°. Ce précipité se présente sous la forme de flocons blancs de densité, de forme et de dimensions variables, se détachant avec la plus grande netteté sur le fond noir. Cette méthode a été reprise en Allemagne par Stapp (1943); en Belgique par Roland (1945), tandis qu'en Hollande Van Slogteren et ses collaborateurs (1944) mettaient au point une technique légèrement différente basée sur le même principe.

Nous avons appliqué avec succès la méthode de Jermoljev et Hruska au diagnostic du virus de la Mosaïque du Tabac, ainsi que des virus X et Y de la Pomme de terre, en apportant à cette méthode quelques modifications de détail. Les points essentiels de notre technique ont été publiés (1).

Nous voulons seulement montrer ici que cette technique peut rendre de très grands services, non seulement pour le diagnostic, mais aussi pour le dosage des virus. Nous avons réalisé celui-ci avec une grande précision, notamment dans le cas du virus de la Mosaïque du Tabac.

Nous préparons une gamme de dilutions croissantes de la préparation virulente à étudier. Une goutte de chacune de ces dilutions est mélangée, sur une lame de verre, avec une goutte d'immunsérum non dilué. L'examen de la série de préparations est réalisé au fond noir à l'aide de l'objectif 3 de Stiassnie après une incubation de 15 minutes à 22°. On détermine la plus forte dilution donnant encore un précipité visible : dilution limite. Chaque dosage est effectué par comparaison avec une préparation étalon. Le rapport des concentrations en virus c de la préparation étudiée et ce de la préparation étalon est égal au rapport inverse de leurs dilutions limites $1/d$ et $1/de$:

$$\frac{c}{ce} = \frac{\frac{1}{de}}{\frac{1}{d}}.$$

(1) *La Pomme de terre française*, n° 91, 10e année, pp. 6-11.

Nous avons éprouvé la précision de la méthode en l'appliquant à une série de dilutions d'une même préparation de virus de la Mosaïque du Tabac. Cette préparation, qui servait d'étalon dans les dosages ultérieurs, présentait une dilution limite de 1/600. Quatre fractions furent extraites de celle-ci et diluées respectivement 2, 12, 22 et 92 fois. La dilution limite de chacune des quatre préparations nouvelles ainsi obtenues fut alors déterminée, l'opérateur ignorant leur titre réel. Le rapport de la dilution 1/600 de la préparation étalon à la dilution 1/*d* de chaque préparation étudiée donnait le titre de cette dernière (rapport de sa concentration en virus à celle de la préparation étalon). Le titre réel étant connu, la précision de la méthode de dosage était dès lors facile à vérifier.

Le tableau ci-dessous résume les résultats.

Préparations.

	Dilution limite.	Titre calculé.	Titre réel.
Préparation étalon................	1/600		
1. » (diluée 2 fois)...	1/350	1/1,7	1/2
2. » (» 12 »)...	1/50	1/12	1/12
3. » (» 22 «)...	1/25	1/24	1/22
4. » (» 92 »)...	1/6,5	1/92	1/92

L'erreur relative la plus grande de cette série d'essais est égale à 1/6,6 (préparation I). La marge d'imprécision tient d'une part aux erreurs de mesures effectuées sur l'échelle des dilutions et probablement aussi, pour une autre part, à de légères infidélités dans l'appréciation du dernier précipité visible. D'autres essais nous ont fourni des résultats d'une précision comparable.

Cette méthode se recommande par sa rapidité et son économie en sérum. A l'inverse de la méthode des lésions locales, elle permet de comparer valablement des résultats échelonnés dans le temps (il suffit pour cela que la richesse en anticorps du sérum n'ait pas varié).

Il va de soi que toutes les réserves qu'appelle la méthode sérologique s'appliquent à notre technique. On dose ainsi la protéine-virus et non le pouvoir infectieux. Or, pour des raisons que nous ne pouvons développer ici, le pouvoir infectieux n'est pas toujours proportionnel à la quantité de protéine-virus contenue dans la préparation. Des recoupements par la méthode classique des lésions locales s'imposent donc lorsqu'on veut suivre parallèlement, par exemple au cours de l'inactivation d'un virus, la disparition du pouvoir antigène et celle du pouvoir infectieux.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur la réversibilité de la fixation des phosphates dans le sol.* Note de MM. **Georges Barbier** et **Jean Chabannes**, présentée par M. Albert Demolon.

Nous avons montré ailleurs (¹) que la fixation des phosphates dans un sol de limon décalcarifié, mais peu acide, comporte :

1° Une fixation rapide, qui a les caractères d'une adsorption réversible, et qui paraît résulter de liaisons entre des ions phosphoriques et les cations échangeables des argiles, le calcium notamment. Les phosphates ainsi retenus repassent rapidement en solution en présence d'acides dilués, qui détachent les cations échangeables;

2° Une fixation lente au cours de laquelle les phosphates fixés deviennent de plus en plus difficiles à extraire par les acides dilués, et qui paraît dépendre de la présence de Fe ou Al, dont les hydroxydes retiennent les anions en milieu acide.

Les faits énumérés ci-dessous montrent que dans le sol étudié, la fixation lente comporte, comme la fixation rapide, des équilibres, et que la totalité des ions phosphoriques retenus est susceptible de repasser en solution par désadsorption progressive.

1° La fraction des phosphates incorporés extractible par les acides dilués diminue au cours des années, mais ne tend pas vers zéro. Après cinq années environ de vieillissement d'un superphosphate dans le sol étudié, cette fraction conserve une valeur stable, environ 1/3 de la quantité incorporée. Ce fait suggère que l'évolution des phosphates est limitée par une réaction inverse.

2° La fraction des phosphates incorporés non extractible par les acides dilués, est rapidement libérable par un alcali dilué :

Un peu de terre ($0^g,5$) renfermant du superphosphate ayant vieilli 10 ans dans le sol, disposée en couche mince sur une plaque filtrante, a été lessivée rapidement sur le vide, d'abord par une solution SO_4H_2 0,002 N jusqu'à disparition à peu près complète de P dans le filtrat, puis par une solution KOH 0,002 N. La même terre ayant fixé récemment une même dose de P_2O_5 du phosphate monocalcique (0,570 ‰ de terre), et la terre témoin non additionnée de phosphates ont été traitées de la même façon :

	P_2O_5 passé en solution ‰ de terre.			P_2O_5 récupéré % de P_2O_5 incorporé (par différence avec le témoin).	
cm³	Phosphates vieillis 10 ans.	Phosphates récemment fixés.	Terre témoin.	Phosphates vieillis 10 ans.	Phosphates récemment fixés.
Extractions acides.(400).	0,314	0,580	0,101	37	84
» alcal. (150)..	0,298	0,084	0,060	42	4
				79	88

(¹) *Ann. Agron.*, 1946, pp. 7-33.

La fraction des phosphates vieillis libérée, 79 %, ne représente pas une limite, car à la fin de l'extraction alcaline, comme de l'extraction acide, la terre phosphatée cède encore plus de phosphates que la terre témoin (deux fois plus). Le vieillissement des phosphates dans le sol a eu pour conséquence essentielle une transformation de phosphates rapidement extractibles par les acides dilués, en phosphates rapidement extractibles par les alcalis dilués. Ces faits prouvent que les ions phosphoriques sont demeurés mobiles, et qu'ils n'ont pas pénétré profondément, ni irréversiblement, dans la charpente des minéraux fixateurs, puisqu'ils sont demeurés rapidement libérables par des réactifs qui n'altèrent pas cette charpente.

3° Si, dans l'expérience précédente, on emploie au lieu d'un alcali de l'eau de chaux très diluée, en quantité juste suffisante pour neutraliser la terre, on observe un phénomène un peu différent : la recalcification ne fait pas passer en solution une quantité notable de P_2O_5, mais provoque une transformation interne, inverse de la fixation lente, qui favorise l'extraction ultérieure par les acides dilués, beaucoup mieux que le séjour au contact des acides dilués eux-mêmes.

4° La terre superphosphatée et la terre témoin ont été soumises alternativement à des extractions par SO_4H_2 0,002 N et par de l'eau de chaux très diluée. Après 8 de ces traitements combinés, ayant duré en tout 8 jours, pendant lesquels le sol est demeuré constamment en milieu neutre calcique, sauf pendant les courts intervalles de temps nécessaires aux extractions acides, la différence des quantités de phosphates cédées par les deux terres représente 86 % de la dose incorporée et, comme précédemment, ce n'est pas là une limite. Un dernier lessivage par KOH diluée a porté le taux de récupération à 96 %.

Conclusion. — La quasi-totalité des phosphates solubles incorporés dans le sol étudié, d'un type courant dans la zone tempérée, est demeurée, après 10 ans, soit sous des formes rapidement extractibles par les acides dilués (formes que l'on sait soumises à des équilibres d'adsorption et de désadsorption), soit sous des formes capables de régénérer spontanément les premières dans les conditions naturelles. Ces faits aident à comprendre pourquoi l'action fertilisante des phosphates solubles incorporés dans ce sol ne diminue pas sensiblement au cours des années.

CHIMIE AGRICOLE. — *Fixation de l'arsenic par les sols.* Note de MM. **Jean Hébert** et **Pierre Boischot**, présentée par M. Albert Demolon.

La quantité d'arsenic apportée par les traitements antiparasitaires n'est pas négligeable : elle est de l'ordre de 1 à 2^{kg} par traitement et par hectare, lorsqu'on pulvérise des arsenicaux sur les plantes et peut atteindre 3 à 400^{kg}

lorsqu'on utilise ces produits pour combattre les larves souterraines (notamment le *Popilla Japonica*), comme cela se fait aux U. S. A. [1].

Nous avons étudié le comportement de l'arsenic ainsi introduit en opérant avec un sous-sol de terre de limon ne contenant ni calcaire, ni humus.

1° *Absorption de* As_2O_5 *en fonction des quantités d'arséniates :* 2g,5 de terre sont agités pendant 24 heures avec 50cm³ d'une solution d'arséniate de sodium à différentes concentrations; on dose les quantités d'As_2O_5 restant en solution par cœruléomolybdimétrie.

Nous avons obtenu les chiffres suivants (rapportés en mg/l) :

As introduit	4	10	20	50	100	200	500
Reste en solution	0	1,3	5,6	25,8	66	147	400
As fixé	4	8,7	14,4	24,2	34	53	100

La courbe d'absorption peut être représentée par la formule :

$$y = 0,95\, x^{0,134}.$$

Celle-ci s'applique fidèlement pour les faibles concentrations en As_2O_5, jusqu'à 50 mg/l; au delà, il y a un peu plus d'arséniate fixé que ne le représente la formule. Cela est dû à une faible alcalinisation du milieu, l'absorption étant plus élevée au fur et à mesure que le pH s'élève.

2° *Influence du temps de contact.* — Nous avons mis en contact 2g,5 de la même terre avec 100cm³ d'une solution d'arséniate de soude à 10mg As_2O_5 par litre en laissant en contact des temps variables.

Temps.	Reste en solution.	Fixé. (%).
1/2 heure	7,08	29,2
1 »	6,67	37
5 »	5,72	42,3
3 jours	3,33	66,7
19 »	1,00	90

Nous voyons que la fixation n'est pas immédiate et demande même un temps assez long pour être complète.

3° *Influence des ions* Ca *et* K *liés à l'argile.* — Dans le cas où l'argile est saturée d'ions calcium (argile Ca) ou potassium (argile K) le pH a une importance quant à la fixation de As_2O_5.

1° *Argile* Ca :

pH	4,7	5,1	6,5	7,8	8,7
Fixé % de la quantité introduite	65,5	73,4	82,3	82	81,7

2° *Argile* K :

pH	6	6,6	7,5	7,9	8,5
Fixé % de la quantité introduite	52,4	54,5	51,4	43	35

(1) W. E. Fleming, *Techn. Bull.*, n° 788, janvier 1942, U. S. Dépt. of. Agr.

Dans la limite des pH de la terre arable, l'argile Ca absorbe mieux l'arsenic que l'argile K.

Dans les terres de limon non calcaire, la fixation de l'arsenic passe par un maximum aux environs de pH 6,5.

4° *Cas de la terre en place.* — Nous avons opéré jusqu'à présent avec un rapport terre/solution extrêmement petit, 1/40 ou 1/20.

Dans la pratique, il en est autrement, puisqu'en ne considérant que les 10 premiers centimètres de terre et une pluie annuelle de 700^{mm}, moyenne de nos pays, le rapport terre-eau est de l'ordre de 1/6. D'autre part, le temps de contact est plus long, donc la fixation doit être beaucoup plus forte.

Nous avons vérifié ce fait en mettant dans une allonge de 2^{cm},3 de diamètre, 100^{g} de terre représentant une colonne de 30^{cm}, et en faisant passer sur cette colonne 200$^{cm^3}$ d'une solution d'arséniate de soude à la concentration de 20^{mg} par litre. Après 5 jours (temps que le liquide a mis à passer) tout l'arsenic s'est retrouvé dans les 10 premiers centimètres de la colonne.

Donc, dans la terre en place, l'arsenic est fixé par la couche supérieure du sol.

En résumé : Dans le cas des terres argileuses, les arséniates solubles sont rapidement fixés par l'argile lorsque la concentration des solutions est faible. Pour les concentrations plus fortes (plus de 10^{mg}) 25 % se fixent assez rapidement, la fixation n'étant complète qu'après un temps très long. Pour les applications massives, il y a donc risque d'entraînement dans les eaux de drainage.

Dans le cas des arsenicaux peu solubles, comme l'arséniate de chaux et l'arséniate de plomb, dont la solubilité est néanmoins supérieure à 10^{mg} par litre, il peut y avoir entraînement en profondeur dans les sols insuffisamment argileux, donc généralement à faible pouvoir absorbant et à percolation rapide.

Ce risque est augmenté dans le cas de sols acides et de sols décalcifiés.

ÉCONOMIE RURALE. — *Nature du sérum végétal du Soja et son importance économique.* Note de M. **Kuo-Chun Chin** et Mme **Nicole Bilquez**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Lorsque j'ai examiné les résultats de l'analyse sur la viande végétale de Soja [1], je me suis beaucoup étonné de n'y pas trouver de sucre, et je me suis demandé si le sucre était totalement perdu dans le tourteau [2].

Quand j'ai examiné les résultats de l'analyse du lait de Soja [3], j'ai eu la certitude qu'il y avait 9^{g},1 de matières saccharifiables exprimées en glucose dans un litre de lait de Soja. Où passe le sucre dans la viande végétale ? Je le

(1) *Comptes rendus*, **224**, 1947, pp. 62-64.
(2) *Comptes rendus*, **224**, 1947, pp. 361-363.
(3) *Comptes rendus*, **224**, 1947, pp. 288-290.

trouve dans l'égouttage obtenu en posant sur le lait caillé une planche chargée d'un poids, au cours de la fabrication de la viande végétale. Dans cette eau de filtrage il y a du sucre. On peut l'apercevoir dans l'eau d'égouttage sans analyse préalable par la méthode chimique; cette eau est de couleur brune et très concentrée et ne semble pas être de l'eau pure ordinaire.

Sous la direction de Mme Sosa, au Laboratoire du Museum National d'Histoire Naturelle, ma remarque est confirmée par une analyse chimique. M. Baffaud et moi avons trouvé du sucre par la méthode de M. Gabriel Bertrand et par la saccharimétrie.

Une comparaison plus serrée des résultats de l'analyse du Lait de Soja et de la Viande végétale me fit admettre qu'il y a d'autres choses que le sucre dans cette eau de filtrage. L'analyse en a été faite par Mme Nicole Bilquez née Noël, chef de service du Laboratoire de Chimie de l'Établissement Vilmorin-Andrieux, à Verrières-le-Buisson (S.-et-O.).

Voici les résultats :

	cm³ (%).
Sucres réducteurs après hydrolyse	0,27
Sucres directement réducteurs	0,05
Matières grasses	traces
Azote	0,084
Matières sèches	1,4
Cendres	0,2

D'après cette analyse, il y a dans l'eau de filtrage tout ce que l'on trouve dans le lacto-sérum (petit lait) liquide restant après la fabrication du fromage de lait animal. La composition moyenne d'un litre de lacto-sérum est la suivante, d'après G. Keilling :

	Sérum (g)	
	de pâtes pressées.	de pâtes molles.
Extrait sec	65 à 67	65 à 70
Cendres	5	5 à 6
Lactose	45 à 50	49 à 50
Matières azotées	7,5	9
Calcium (ou CaO)	0,46 à 2,12	1,45

C'est pourquoi je lui donne le nom de sérum végétal. Cette idée est aussi acquise par des experts du lait animal. Un jour d'été, le directeur d'une Laiterie coopérative de Vernoil (M.-et-L.) est venu visiter notre établissement d'essai du Soja (Ile Saint-Germain, à Issy-les-Moulineaux, Seine). Il vit cette eau de filtrage et l'appela sérum sans hésiter et sans donner d'autre explication.

Le sérum animal a de multiples utilisations. Le sérum végétal du Soja était totalement inconnu jusqu'à nos jours, bien qu'il y ait beaucoup de livres consacrés à l'étude du Soja dans presque tous les pays. Or, la viande végétale est extraite du Soja et a été réalisée par le philosophe chinois Whai Nan Tze

avant l'ère chrétienne et presque la moitié de la race humaine s'en sert comme nourriture journalière. On trouve partout de la viande végétale dans les pays asiatiques. Son importance économique est inestimable. Or, même en pays asiatiques, on ne tire aucun profit de ce sérum végétal pour l'alimentation humaine, car il est rejeté aux déchets. C'est une grande perte dans la période de déficience alimentaire actuelle.

ENTOMOLOGIE. — *Cerveau et glandes endocrines rétrocérébrales chez la larve de* Simulium ornatum *Mg.* (*Dipt.*). Note ([1]) de M. **Paul Grenier**, présentée par M. Émile Roubaud.

On ne possède aucune donnée récente concernant les glandes endocrines rétrocérébrales des Simuliides. Leur étude m'a révélé quelques particularités pouvant intéresser à la fois l'anatomie comparée de ces formations chez les Diptères et l'histologie des centres nerveux.

Les ganglions cérébroïdes. — Ils sont basculés vers l'arrière. Malgré ce mouvement, le nerf antennaire a conservé un point de sortie antérieur : il émerge, en effet, juste au-dessus du nerf labro-frontal et semble ainsi d'origine tritocérébrale; en réalité sa racine décrit, du côté externe, sous la séreuse pigmentaire du ganglion, un long trajet intracérébral qui lui permet de rejoindre le deutocérébrum. La commissure tritocérébrale est intégrée aux connectifs périœsophagiens et au ganglion sous-œsophagien. A la face ventrale de chaque ganglion cérébroïde, juste derrière le connectif périœsophagien, sort, mêlé à un faisceau de trachéoles compagnes, le *nerf paracardiaque* ([2]). Une particularité qui ne me paraît pas avoir été signalée est l'existence, dans cette région, de trois cellules ([3]), de position invariable et à noyau véritablement géant (*fig.* 1), possédant un très gros nucléole se colorant en rouge par le mélange de Mann. On pourrait donc penser à une activité sécrétoire de ces cellules; toutefois leur cytoplasme, réduit à un mince cortex, ne s'imprègne pas à l'osmiun comme chez certains éléments neuro-sécrétoires, bien visibles ici, de la *pars intercerebralis*.

Glandes endocrines rétrocérébrales. — Puri ([4]) a donné une figure, exacte à quelques détails près, de ce qu'il considère comme le système *nerveux* viscéral de la larve de *S. nölleri*. Je me contenterai d'y renvoyer.

1° *Système nerveux stomato-gastrique :* Il est conforme au schéma classique. Les deux nerfs issus du ganglion hypocérébral cheminent *dans* les parois latérales de l'aorte.

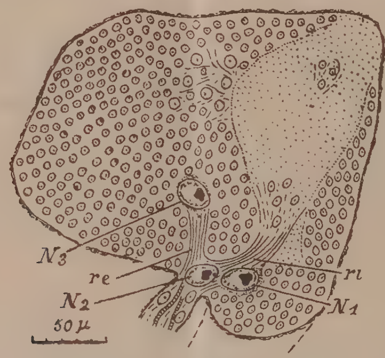
([1]) Séance du 1er décembre 1947.

([2]) La terminologie utilisée est celle de Cazal (*Thèse Sc.*, Paris, 1947).

([3]) Un autre noyau comparable est visible dans le ganglion sous-œsophagien à la base de chaque connectif périœsophagien.

([4]) *Parasitology*, 17, 1925, pp. 295-369 (*pl. VIII*, *fig.* 1).

Chacun reçoit le *nerf paracardiaque* (voir plus haut) et, au niveau du point de départ du nerf stomacal, forme un petit renflement qui, se réunissant à son symétrique, occupe toute la paroi ventrale de l'aorte. Dans cette formation impaire qui correspond aux *ganglions œsophagiens* pairs, extra-aortiques de Puri, on distingue deux types de noyaux. 2° *Corps paracardiaques* (= *cardiac gg.* de Puri) : Ils sont constitués par deux masses ovoïdes, situées hors de l'aorte, de chaque côté de celle-ci, et nettement latéralisées. Chacun est desservi par un nerf qui est issu de la formation impaire précédente et ne sort



Coupe sagittale du ganglion cérébroïde. N1, N2, N3, noyaux géants; *ri*, racine interne; et *re*, racine externe du *n. paracardiaque*. L'emplacement du connectif périœsophagien est figuré en traits interrompus.

de l'aorte que pour pénétrer dans le corps paracardiaque. Dans celui-ci, on distingue de grandes cellules chromophiles à gros noyau sphérique avec nucléole net et de petits noyaux allongés; 3° *Corps allate :* Il est situé au-dessus du milieu du proventricule. Sa position est nettement sus-aortique. C'est le *ganglion median* (Puri), mais celui-ci est, en réalité, une formation complexe dont la partie centrale est un corps allate typique (masse compacte de petites cellules à limites indistinctes et nombreux noyaux identiques) sur laquelle s'applique à droite et à gauche, le nerf accompagné de cellules péricardiales, issu du corps paracardiaque correspondant. Ce nerf (*n. allate*) constitue là une masse fusiforme où se distinguent deux types de noyaux, puis il repart (*n. prothoracique*) vers l'avant, de chaque côté de l'œsophage. 4° *Formations annexes :* Chaque nerf prothoracique se dirige dans l'espace compris entre le proventricule et le ganglion cérébroïde et se termine en un ganglion accolé à la face interne d'un cordon adipeux relié au ganglion cérébroïde par quelques tractus. Ce nerf aboutit, d'après Puri, à un *plexus nerveux*. J'ajouterai que celui-ci est placé juste en arrière du ganglion terminal, entre le cordon adipeux latéral et les muscles de la paroi du corps; certaines de ses ramifications s'attachent à la commissure trachéenne reliant les trachées cérébrales. En outre, de part et d'autre de l'œsophage, une chaîne de six à huit cellules péricardiales typiques est rattachée, en haut à la face interne du cordon adipeux, presque en continuité avec le ganglion du nerf prothoracique et, en bas, par de fins tractus au canal séricigène et au ganglion sous-œsophagien.

Ce complexe rétrocérébral très différencié, réalise donc chez la larve eucéphale des Simuliides (famille que certains systématiciens ont placée parmi les *Paranématocères*, proches des *Brachycères*) un long collier entourant *complètement* l'aorte et dans lequel se retrouvent, avec les même positions respectives,

les éléments considérés comme constituant l'anneau de Weismann des larves de Cycloraphes. De plus, il me semble que la glande péritrachéenne, décrite chez la larve de *Chironomus plumosus* par Possompès (⁵) qui l'apparente à une glande péricardiale, pourrait peut-être correspondre au complexe (plexus, ganglion, chaîne péricardiale) existant chez *Simulium*.

ENTOMOLOGIE BIOLOGIQUE. — *Relation de la ponte du Doryphore avec un facteur alimentaire de fécondité*. Note (¹) de M. **Pierre Grison** présentée par M. Émile Roubaud.

Nous avons précédemment indiqué (²) que la fécondité du Doryphore adulte (*Leptinotarsa decemlineata* Say, Col. Chrysomélide) est en relation directe avec la qualité de l'aliment absorbé par l'Insecte.

Nous avons attribué à la sénescence du feuillage de la Pomme de terre nourricière la diminution de la ponte du Doryphore, diminution pouvant aller parfois jusqu'à l'inhibition de l'ovogénèse.

De nouvelles expériences ont été entreprises, sur ce sujet, en contrôlant d'abord, avant la réalisation des essais biologiques, la fécondité de chaque couple. Cette précaution était indispensable en raison des variations individuelles considérables de fécondité. Chaque femelle devenait ainsi, avant l'expérience, son propre *témoin*.

Les couples, recueillis dans la nature au printemps, peu après leur sortie, étaient nourris avec des *feuilles jeunes* de Pomme de terre pendant 6 jours, et leur fécondité était notée. Ensuite, dans une première expérience, certains couples étaient nourris avec des *feuilles vieilles*, sauf une fois par semaine où ils recevaient du feuillage jeune; pour trois d'entre eux, cités ici comme exemple, nous avons obtenu les chiffres suivants :

	En contrôle préalable :	En période d'essai sur feuilles vieilles :
1er couple,	140 œufs (4 pontes)	8 œufs (1 ponte) en 15 jours
2e »	136 » (5 »)	32 » (2 ») en 35 »
3e »	208 » (4 »)	41 » (2 ») en 7 »

D'autres couples, au contraire, dans la seconde période de l'expérience, étaient mis en présence de *feuilles jeunes* à l'exception d'un seul repas par semaine donné avec du feuillage âgé. Nous avons obtenu :

(⁵) *Bull. Soc. Zool. France*, 2, 1946, pp. 99-109.

(¹) Séance du 1er décembre 1947.

(²) *Comptes rendus*, 219, 1944, pp. 295-296.

En contrôle préalable :	En période d'essai sur feuilles jeunes :
1er couple, 122 œufs (5 pontes)	143 œufs (8 pontes) en 20 jours
2e » 125 » (5 »)	184 » (6 ») en 24 »
3e » 130 » (4 »)	310 » (10 ») en 23 »

Les différences, entre les deux groupes d'Insectes, sont encore plus caractéristiques si, en plus du total des œufs pondus, on compare le nombre moyen d'œufs composant chaque ponte. Dans le premier cas : de 35, 27 et 52 œufs par ponte respectivement déposée par chacune des femelles, la moyenne tombe à 8, 16 et 20 œufs après alimentation sur feuilles vieilles; dans le second cas, au contraire, la moyenne de 24, 31 et 25 œufs par ponte de contrôle se maintient à 18, 31 et 30 œufs pour les femelles nourries de feuilles jeunes. Ces faits traduisent l'existence, dans la fécondité, d'un trouble provoqué par une carence d'origine alimentaire, lorsque les femelles ne disposent pas de feuillage jeune, d'une manière suffisamment fréquente.

La déficience n'étant pas de nature quantitative (P. Grison déjà cité), nous avons examiné les chiffres donnés par Coic ([3]) sur les variations de composition chimique des feuilles de Pomme de terre (variété Bintje) en fonction de l'âge de la plante et de la position du prélèvement; nous les avons regroupés pour tirer les rapports suivants :

	Azote total.	Glucides totaux.	Rapport N/glucides.
Feuilles du sommet le 19 juin........	4,18	3,80	1,1
» le 5 août........	2,96	2,53	1,1
» de base »	2,20	0,82	2,6

Pour nous rendre compte de la valeur *plastique* de ces groupes d'éléments biochimiques, nous avons apporté un supplément soit de glucides (glucose, saccharose, amidon), soit d'acides aminés divers (alanine, arginine, histidine, leucine, tyrosine, asparagine) ou de caséine, à une ration composée de poudre de feuilles jeunes de Pomme de terre, offerte aux Insectes sur feuille fraîche de Pois ou de Pomme de terre. Nous n'avons obtenu aucune différence significative, bien que les chiffres ci-dessus suggèrent la notion de *ration équilibrée*. Il en a été de même après apport de tocophérol, sous forme de produit commercial. On peut penser qu'une substance d'un autre ordre est en cause.

En résumé, les feuilles jeunes de Pomme de terre apportent au Doryphore, en quantité suffisante, un élément indispensable à l'émission des œufs, ou *facteur de fécondité*; les feuilles âgées ne renferment cet élément qu'en quantité vraisemblablement trop faible, puisqu'elles ne fournissent à l'Insecte, à elles seules, qu'une ration déséquilibrée ou carencée.

([3]) *Ann. Agron.*, 15, 1945, p. 86.

BIOLOGIE. — *Sur l'adsorption des anions par les hématies.*
Note [1] de M. BERNARD DELAGE.

On sait que les hématies peuvent fixer certains anticorps (agglutinines, hémolysines, sensibilisatrices, leucocidines, etc.). Cette propriété n'est pas l'apanage de ces édifices moléculaires complexes, de constitution physico-chimique inconnue. Nous allons montrer que des ions électronégatifs peuvent également être fixés très énergiquement sur les stromas globulaires. D'intéressantes conclusions peuvent être déduites de ces recherches dont voici l'essentiel.

Description du phénomène. — Préparer d'une part du plasma citraté à 5 ‰ en ajoutant à 9 volumes de sang prélevé par ponction veineuse 1 volume de citrate de soude à 5 %, d'autre part une émulsion de globules rouges au 1/20 en solution saline isotonique (pour cela, prendre un volume de sang défibriné, le laver trois fois par centrifugation dans la solution saline isotonique, compléter avec cette solution à 20 volumes; c'est l'émulsion couramment utilisée en sérologie de *globules rouges à* 5 %).

Dans une série de tubes à hémolyse, introduire une quantité fixe ($0^{cm^3},1$) de plasma citraté (humain par exemple) et des quantités croissantes ($0^{cm^3},1$ à 5^{cm^3}) de la suspension d'hématies (de mouton par exemple). Mélanger et mettre les tubes au bain-marie à 37°.

Après un temps variable (1 à 10 minutes), on observe que le contenu de l'un des tubes (par exemple celui qui contient $0^{cm^3},1$ de plasma citraté + 1^{cm^3} d'émulsion globulaire) est gélifié. Le tube peut être retourné sans que cette gelée coule ou se déforme. Après un nouveau délai, un tube, puis les deux tubes situés de part et d'autre du premier tube où s'observe la gélification (et que pour cette raison nous appellons *tube de gélification initiale*) présentent le même aspect. Puis la gélification gagne de proche en proche, mais il y a une limite. Après 18 heures, aucune gélification n'est observable dans certains tubes (les premiers et les derniers).

On remarquera l'analogie d'allure du phénomène que nous avons observé avec la floculation des toxines par les antitoxines correspondantes. Il existe un tube dans lequel la floculation apparaît avant les autres (floculation initiale de Ramon), puis la floculation gagne de proche en proche; les tubes trop éloignés du mélange neutre peuvent ne pas présenter de floculation.

Influence de différents facteurs. — La gélification se produit non seulement quand hématies et plasma appartiennent à des espèces zoologiques différentes, mais aussi quand ils sont de la même espèce, voire du même individu.

---

[1] Séance du 10 novembre 1947.

L'allure de la courbe de gélification diffère suivant les plasmas et les hématies. Ses principales caractéristiques sont :

a. la *concentration critique* de gélification, qui est la quantité d'hématies (à 5 % pour $0^{cm^3},1$ de plasma citraté) au-dessous de laquelle il n'y a pas de gélification après un temps donné;

b. l'amplitude de la zone de gélification;

c. la concentration en hématies correspondant à la gélification initiale;

d. la vitesse de gélification à 37° (pour le 1er tube).

Généralité du phénomène. — La gélification se produit également lorsqu'on remplace le citrate de soude par d'autres anticoagulants salins : fluorure, oxalate de sodium.

Mécanisme de la gélification. — La présence de l'ion calcium étant nécessaire à la coagulation, admettons en première approximation que ces trois anticoagulants suppriment l'ionisation du calcium sanguin. Si la gélification se produit, c'est que les ions calcium sont libérés, donc que les anions citrique, fluorhydrique, oxalique ont été adsorbés par les hématies.

La gélification est bien due à la transformation du fibrinogène soluble en fibrine insoluble, car si l'on remplace le plasma par la solution saline, le lait ou le sérum citratés au même taux, la gélification ne se produit plus.

La gélification initiale correspond à l'optimum d'adsorption. Pour des quantités de globules rouges plus faibles, il y a des anions non adsorbés; la gélification est retardée et même ne se produit plus quand la quantité d'anions libres est suffisante. Pour des quantités de globules rouges trop grandes, c'est la quantité de fibrinogène qui est insuffisante pour gélifier tout le volume du mélange.

Application du phénomène de gélification. — L'optimum d'adsorption permet de calculer le nombre d'ions adsorbé par un globule rouge, et par suite, connaissant la surface de celui-ci, la distance qui sépare deux ions entre eux si l'on admet qu'ils s'adsorbent en couche mono-ionique.

L'étude de la courbe de gélification en pathologie a été commencée. Nous pouvons déjà dire que la gélification est plus rapide pour les sangs à vitesse de sédimentation élevée que pour les sangs normaux.

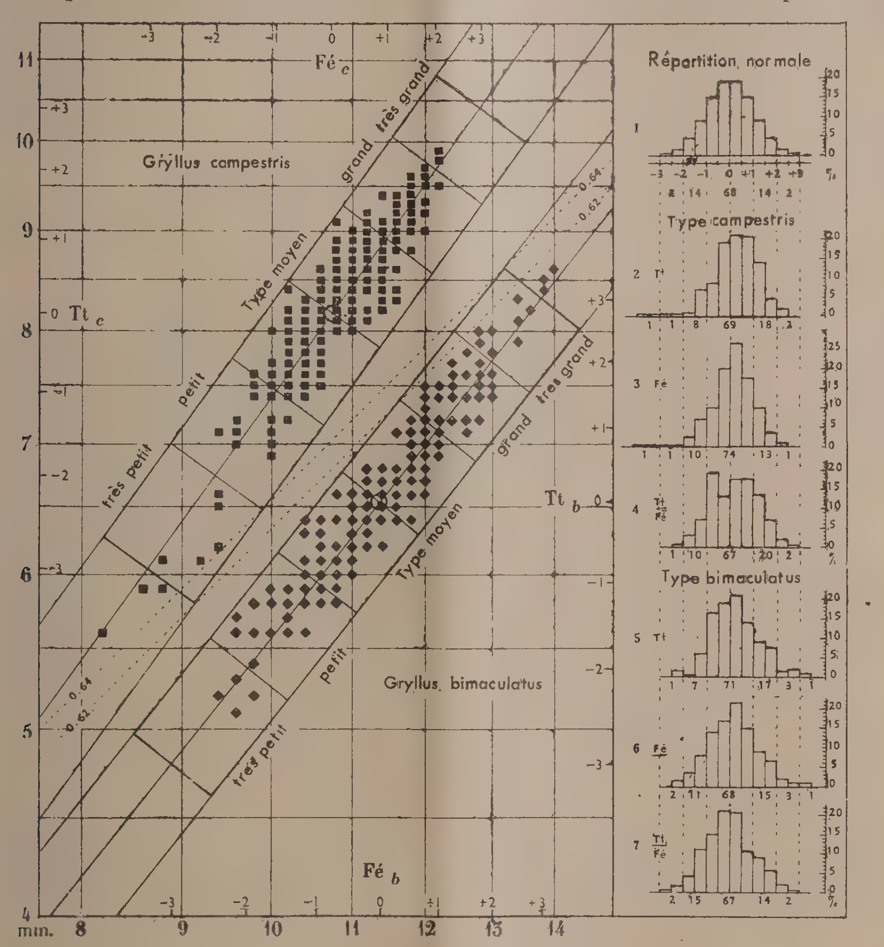
BIOMÉTRIE. — *Sur la détermination des limites de normalité de caractères morphométriques chez deux espèces* : Gryllus campestris *et* G. bimaculatus. Note [1] de Mlle Germaine Cousin, présentée par M. Maurice Caullery.

Un insecte appartenant à une espèce, race, génotype, phase, caste, stade ou à tout autre groupement homogène, réalise, dans un milieu déterminé, un équilibre plus ou moins plastique, qui se traduit par un type structural pouvant être défini par quatre caractéristiques principales : *grandeur moyenne*

---

[1] Séance du 1er décembre 1947.

et *variabilité de taille* des organes, *rapports caractéristiques* entre ces organes et *liaison* de ces organes entre eux. Chez les organismes, malgré l'allométrie de taille, la distribution des mesures d'un caractère reste généralement proche de la répartition dite normale. De ce fait, la meilleure méthode pour fixer



les limites de normalité doit être basée sur une échelle établie d'après la loi statistique de répartition des fréquences. Telle est l'échelle en *écarts réduits*, qui exprime la variabilité des mesures individuelles, en écarts autour des moyennes rapportées à leurs écarts types respectifs.

La figure ci-dessus représente les limites de la normalité des deux groupes de référence : l'un de 201 ♂ *Gryllus campestris* (C), l'autre de 274 ♂ *G. bimaculatus* (B), élevés en souches « inbred ». Les caractères étudiés, de mensuration facile, sont : la largeur de la tête *Tt*, en fonction de la longueur du fémur *Fé* ; caractères dont les rapports individuels sont d'un emploi généralisé dans les études du polyphormisme des Sauterelles et même de certains insectes sociaux. Les coordonnées du tableau sont logarithmiques. En ordonnées, sont portées, en millimètres, les valeurs de *Tt*, en abscisses celles de *Fé*. De plus, les échelles

marginales, à gauche et en haut, indiquent les limites des écarts, en σ entiers, de la variabilité de taille de *Tt* et de *Fé* pour l'espèce C; celles qui sont situées à droite et en bas indiquent ces mêmes limites pour B. Les zéros des échelles marginales correspondent aux points centraux des deux populations respectives. Les axes d'équilibre de chaque groupe sont de pentes α déterminées par les quotients des indices de variabilité des deux caractères *Tt* et *Fé* et passent par les points centraux de C et de B. Ces axes représentent les lieux géométriques des points représentatifs théoriques des couples de mesures *rapports types*, dont les valeurs répondent à la relation d'allométrie. Ces axes d'équilibre sont divisés en portions correspondant aux échelles marginales en σ. Deux lignes parallèles, de part et d'autre de l'axe d'équilibre, représentent les limites de la normalité, ramenée à 3σ, de la distribution des écarts individuels autour du grand axe de chaque population. Ces limites de la variation des indices individuels sont les plus *importantes* et les plus rigoureuses, en raison de la très faible amplitude de la fluctuation calculée au moyen de la formule des moindres écarts. La fluctuation des deux caractères est exprimée en σ et dépend des degrés d'association de l'ensemble des caractères de l'individu.

Sur la partie droite du tableau sont portés sept polygones, où les fréquences sont réparties en classes de $0{,}5\sigma$. Le premier de ces polygones donne, en % entiers, la répartition théorique des fréquences dans une distribution normale; les six autres donnent la répartition en % entiers du nombre d'individus de chaque groupe. Pour *Tt* et *Fé*, les polygones 2 et 3 se rapportent à l'espèce C, et 5 et 6 à B; 4 et 7 représentent les fluctuations des rapports individuels *Tt*/*Fé* autour des axes d'équilibre respectifs de C et de B.

Aux points figuratifs portés sur le tableau et qui représentent 475 Grillons ♂ C et B, de souches *inbred*, ont été surajoutés, sans être pris en considération pour l'établissement des limites de normalité, 75 ♂ C récoltés dans diverses régions de France et 50 ♂ B sauvages, de France, des Iles Açores et Madère; soit, au total, 600 individus. On remarquera, dans le pourcentage des distributions du polygone 4, une inégalité, par rapport à la courbe normale, due à l'écart des ♂ C sauvages chez lesquels le phénotype réalise, ainsi que je l'ai signalé antérieurement, des caractéristiques spécifiques plus accusées que chez les ♂ C obtenus en élevage.

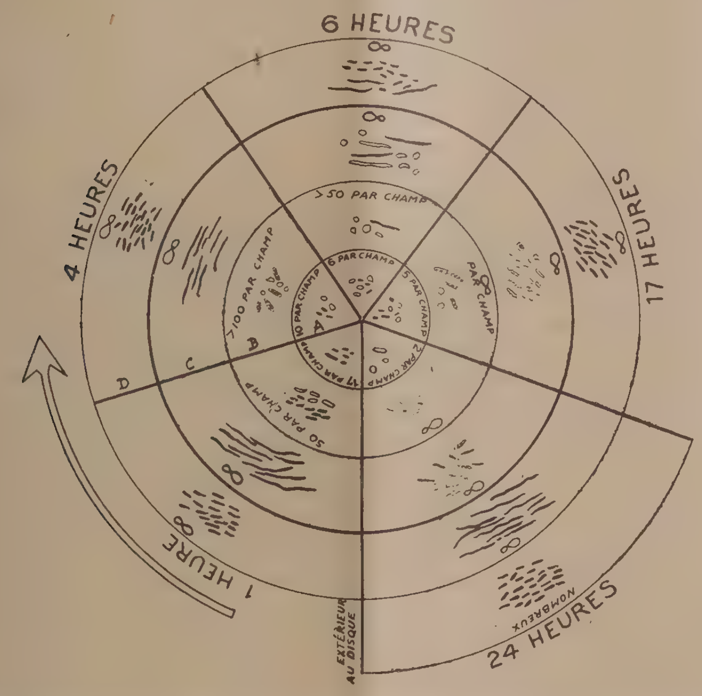
Théoriquement, les limites de 3σ autour des axes d'équilibre doivent contenir 99,7 % de la population. Ici, les limites du tableau en englobent 100 %. Seules ont été dépassées les limites de normalité de taille par 3 ♂ C, extrêmement petits, et 3 ♂ B, extrêmement grands. Ces dépassements sont liés aux réactions spécifiques opposées de C et de B aux conditions de milieu identiques, réalisées dans les élevages.

MICROBIOLOGIE. — *Méthodes pour la mise en évidence des modifications morphologiques et tinctoriales des microorganismes soumis à l'influence des antibiotiques.* Note (¹) de M. **Constantin Levaditi** et Mlle **Jeanine Henry**, présentée par M. Gaston Ramon.

Les modifications morphologiques et tinctoriales, de nature involutive et dégénérative, que les bactéries subissent lorsqu'elles se trouvent en présence

(1) Séance du 1er décembre 1947.

d'antibiotiques *in vitro* (pénicilline ou streptomycine), ont été précisées par C. Levaditi et A. Vaisman [2] et par C. Levaditi et J. Henry [3], à l'aide de la technique d'imprégnation argentique. L'*Escherichia coli*, le *Staphylococcus aureus*, le *Bacillus subtilis*, le *B.* de Friedländer, le *Bacillus anthracis* offrent des changements de forme et d'affinités argyrophiliques, changements qui, pour certains d'entre eux, aboutissent à la formation de *stromas* destinées à une lyse totale.



Représentation schématique des modifications morphologiques et tinctoriales subies par l'*Escherichia coli* soumis à l'action de la pénicilline (1, 4, 6, 17 et 24 heures après le début de l'expérience). Décalque de la zone de lyse. (A, sous la rondelle de papier filtre; B, au contact de cette rondelle; C, au centre du rayon de la zone lysée; D, à la limite de la zone lysée.)

Jusqu'ici la technique consistait à faire des prélèvements à des moments divers au cours de l'évolution du processus antibiotique, et à colorer le frottis par la méthode de Fontana-Tribondeau, la réaction ayant lieu dans le tube à essais. Or, nous venons de mettre au point deux autres procédés qui fournissent des renseignements infiniment plus précis sur l'évolution des phénomènes en fonction du temps. Les voici :

1° On utilise, pour la mise en évidence de la lyse antibiotique, la méthode

(2) *Bull. Acad. Méd.*, **129**, 1945, p. 564.

(3) *Revue d'Immunologie*, **11**, 1947, pp. 22 et 32.

de Vincent (4), laquelle consiste à imbiber de pénicilline, ou de streptomycine, des rondelles de papier filtre stérilisées (7^{mm} de diamètre), rondelles que l'on place sur la surface d'une gélose coulée et solidifiée dans des boîtes de Pétri, gélose ensemencée 1 heure auparavant avec la bactérie que l'on se propose d'étudier. Un disque de lyse se forme, qui se développe progressivement et proportionnellement à la dose d'antibiotique utilisée. Des prélèvements à l'aide d'une anse de platine sont effectués en cinq points différents (soit : *a*. Sous la rondelle de papier et au voisinage immédiat de cette rondelle; *b*. Au milieu du rayon du disque de lyse; *c*. A la limite externe du même rayon et *d*. En dehors de la zone de lyse), et cela à des moments divers entre 1 heure et 24 heures. Ces prélèvements servent à faire des frottis que l'on colore par le nitrate d'argent.

2° L'application, sous une légère pression, d'une lame ordinaire longue de 3 à 4^{cm}, sur toute la surface du disque de lyse et sur la zone non lysée immédiatement limitrophe, permet d'obtenir des décalques. Ceux-ci, réalisés au même rythme que précédemment, sont colorés, puis examinés en cinq points différents, parfaitement repérés, entre le centre de la rondelle et la périphérie de la zone transparente.

Résultats. — Sans entrer dans les détails (5), nous dirons qu'en ce qui concerne la pénicilline et l'*Escherichia coli*, les modifications morphologiques (allongement des bactéries, leur polymorphisme, l'irrégularité de leur aspect, la transformation en *stromas*) et tinctoriales (anargyrophilie partielle d'abord, complète ensuite), à l'état d'ébauche au centre de la zone correspondant à la rondelle de papier, progressent et s'accentuent en s'éloignant de ce centre, au fur et à mesure que, d'une part, l'antibiotique diffuse excentriquement, et que, d'autre part, il rencontre un nombre de plus en plus croissant de germes ayant pullulé à la surface du milieu nutritif. Aussi le taux des microorganismes en voie de lyse s'accroît considérablement du centre vers la périphérie de la zone lysée.

Un fait important est à retenir. Quel que soit le moment où l'on examine la zone limite externe du disque de lyse, on est frappé par l'abondance des bactéries allongées et filamenteuses, formes qui contrastent avec la prédominance de microorganismes courts et argyrophiles, présents hors de l'attente de l'antibiotique (phase exponentielle). Cela prouve que lorsque des traces de pénicilline diffusée arrivent au contact de microorganismes en voie de prolifération, les effets antibiotiques se traduisent non pas par des altérations involutives et tinctoriales, mais tout simplement par un arrêt du potentiel de segmentation des germes, attribuables, très probablement, à une activité inhibitrice exercée sur l'équipement enzymatique qui préside à cette segmentation.

---

(4) *Proc. Soc. exp. Biol. Méd.*, 55, 1944, p. 162.

(5) Ceux-ci seront publiés prochainement.

MICROBIOLOGIE. — *Observation directe des réactions vasculaires cutanées chez le Lapin soumis à l'épreuve d'une endotoxine typhique.* Note [1] de MM. **Paul Boquet**, **Albert Delaunay**, MM^{mes} **Yvonne Lehoult** et **Jacqueline Lebrun**, présentée par M. Gaston Ramon.

Afin de pouvoir observer pendant plusieurs heures, et sans une longue préparation, les réactions vasculaires de la peau sous l'influence de substances diverses, nous avons eu recours à la technique simple que voici [2].

Sur la face interne de l'oreille d'un jeune lapin, albinos de préférence, on découpe un carré de peau de 1^{cm} de côté, puis on détache, dans le cartilage sous-jacent, un carré égal au premier. Les vaisseaux de la face externe se dessinent sur une mince lame de peau translucide qu'on fixe avec des épingles sur un support en liège percé d'un trou et qu'on examine au microscope avec un objectif à sec et un faible grossissement.

Chez le Lapin normal, les vaisseaux de l'oreille ainsi préparée sont disposés sur deux plans. L'un est formé de veinules aux parois minces, l'autre d'artérioles entourées d'une gaine musculeuse. Dans les mailles des ramifications artérielles et veineuses courrent des vaisseaux de petit calibre, dont certains, comme les capillaires, ne livrent passage qu'à une seule file de globules rouges et d'une manière intermittente. Lorsque la température ambiante est constante, les artérioles sont animées, à intervalles espacés, de contractions peu intenses, semblables à celles qui ont été observées par B. W. Zweifach, R. E. Lee, C. Hyman et R. Chambers [3], sur les artérioles mésentériques du Chien.

En raison de la précocité et de l'intensité du refroidissement et du changement de coloration de la peau des animaux qui ont reçu une dose mortelle d'antigène glucido-lipido-polypeptidique typhique, nous avons émis l'hypothèse, dans un précédent travail [4], qu'un des symptômes initiaux de l'intoxication typhique expérimentale était une réaction vaso-motrice périphérique. L'examen direct des petits vaisseaux de l'oreille du Lapin confirme cette hypothèse. En effet, l'injection par la voie veineuse ou par la voie péritonéale de 3 à 4^{cm^3} (soit 6 à 8^{mg}) d'antigène typhique, purifié selon la méthode de A. Boivin, produit les phénomènes suivants.

Après une période d'incubation dont la durée varie de 5 à 15 minutes, les artérioles se contractent. Ni les veinules, ni les capillaires ne participent apparemment à cette réaction. La contraction se propage le long du réseau artériel, des métartérioles et des fines artérioles précapillaires. Elle est si vive qu'elle interrompt parfois la circulation sanguine. Elle se prolonge pendant plusieurs minutes, puis elle s'atténue. On voit alors la circulation sanguine se rétablir progressivement, les vaisseaux s'élargir et souvent se dilater. Mais une nouvelle contraction vient, à bref délai, en effacer la lumière.

---

(1) Séance du 1er décembre 1947.

(2) P. Boquet, Y. Lehoult et A. Guichard, *Ann. Inst. Pasteur*, **73**, 1947, p. 912.

(3) B. W. Zweifach, R. E. Lee, C. Hyman et R. Chambers, *Ann. of Surgery*, **120**, 1944, p. 232.

(4) P. Boquet, A. Delaunay, Y. Lehoult et J. Lebrun, *C. R. Soc. Biol.*, **141**, 1947, p. 269.

Ces phases alternées de contraction et de relâchement des artérioles de la peau du Lapin rappellent celles qu'on observe sur les artérioles mésentériques du Cobaye éprouvé avec une dose mortelle d'endotoxine typhique ([5]). Elles s'atténuent à la période préagonique et font défaut chez les animaux témoins éprouvés, dans les mêmes conditions, par une injection d'eau physiologique.

Il apparaît ainsi qu'un des premiers signes de l'intoxication typhique expérimentale est une réaction vasculaire périphérique. D'autre part, des recherches antérieures ont apporté la preuve que le nombre des leucocytes diminue dans le sang, et que les phagocytes n'émigrent plus hors des vaisseaux vers les substances chimiotactiques introduites dans les tissus ([6]).

Dans quelle mesure le système nerveux sympathique participe-t-il à ces réactions? Des lapins, privés depuis 2 à 4 jours de leur ganglion cervical supérieur droit, reçoivent par la voie parentérale une injection de 3 à 4^{cm^3} d'antigène glucido-lipido-polypeptidique typhique. Dans l'oreille normale et dans l'oreille énervée, les artérioles se contractent vivement, le nombre des leucocytes circulant diminue parallèlement et le phénomène de la diapédèse est inhibé.

En apportant la preuve que la réponse initiale de l'organisme à l'intoxication par l'antigène typhique purifié est une réaction vasomotrice, les observations qui précèdent confirment l'opinion que nous avons émise à propos des variations de la température cutanée des lapins soumis à l'épreuve du même antigène ([7]). Elles permettent d'établir un rapprochement entre les réactions vasculaires de la peau à l'endotoxine typhique et celles qui ont été décrites au cours du choc anaphylactique par R. G. Abell avec H. P. Schenck ([8]), et du choc traumatique, par J. P. Levinson avec H. E. Essex ([9]). Elles démontrent enfin que les phénomènes vasculaires, la leucopénie et l'inhibition de la diapédèse, qui caractérisent l'intoxication typhique expérimentale sont indépendants de l'innervation sympathique locale.

MÉDECINE. — *Action préventive de l'antihistaminique n-diméthylamino-2-propyl-1-thiodiphénylamine sur l'œdème aigu expérimental du poumon, provoqué par l'administration d'un gaz toxique : la chloropicrine.* Note de MM. **Bernard Halpern** et **Samuel Cruchaud**, présentée par M. Léon Binet.

Nous avons relaté récemment ([1]) que l'administration préalable d'un antihistaminique de synthèse, le N-diméthylamino-2-propyl-1-thiodiphénylamine,

---

([5]) A. Delaunay, Mmes J. Lebrun et M. Delaunay, *Comptes rendus*, t. **224**, 1947, p. 1595.

([6]) A. Delaunay et J. Pages, *Ann. Inst. Pasteur*, **71**, 1945, p. 431.

([7]) P. Boquet, D. Bovet et Y. Lehoult, *Comptes rendus*, **224**, 1947, p. 1671.

([8]) *Journ. of Immunol.*, **34**, 1938, p. 195.

([9]) *Proc. Soc. Exp. Biol. a. Med.*, **52**, 1943, p. 361.

([1]) *Prévention de l'œdème aigu expérimental du poumon par les antihistaminiques de synthèse* (*Soc. de Biologie*, séance du 25 octobre 1947).

(3277), étudié par Bernard Halpern ([2]), était susceptible d'empêcher chez le Lapin, dans la totalité des cas traités (14 animaux), l'apparition de l'œdème aigu du poumon que détermine, on le sait, l'injection intraveineuse de 0,25 à 0,35 mg/kg de chlorhydrate d'adrénaline chez cette espèce animale. D'après nos essais, cette dose d'adrénaline provoque chez la totalité de 24 animaux, un œdème aigu du poumon qui est mortel en moins de 10 minutes chez 16 d'entre eux. L'œdème aigu du poumon est objectivé par une augmentation considérable du poids de l'organe. Celui-ci est normalement de 10 à 12^g pour un lapin de 2500^g. Il s'éleva à 32^g en moyenne chez les animaux ayant présenté de l'œdème aigu du poumon, et il ne fut que de 13^g en moyenne chez les animaux ayant reçu la même dose d'adrénaline, mais auxquels on avait administré au préalable, par voie sous-cutanée, 20 mg/kg de 3277 R. P. Nous avons montré en outre, que l'élévation de la tension artérielle sous l'effet de l'adrénaline était du même ordre chez les animaux traités et chez les témoins. L'effet préventif du 3277 R. P. semble donc relever d'une diminution de la perméabilité capillaire sous l'effet de l'antihistaminique de synthèse.

On sait que certains gaz dits *de combat* et notamment le chlore, la chloropicrine, le phosgène, la léwisite, le bromure de méthyle, etc., entraînent la mort de l'animal et de l'Homme par un œdème aigu du poumon.

Cet état pathologique semble être dû à une altération de la perméabilité capillaire sous l'effet du toxique. Nous avons donc pensé qu'il serait intéressant d'étudier l'effet de l'antihistaminique de synthèse sur l'œdème aigu du poumon provoqué par les gaz de combat.

Nos premiers essais ont été réalisés avec la chloropicrine. MM. Bacq et Goffart ([3]) ont signalé en 1940 dans une étude sommaire, que la chloropicrine administrée par voie veineuse, produit chez le Chat et le Chien la mort par œdème aigu du poumon. Nous avons établi que chez le Lapin, l'injection intraveineuse de 15 mg/kg de chloropicrine dissoute à 1 % dans un solvant hydroalcoolique (50 % eau, 50 % alcool à 95°) détermine la mort dans 100 % des cas (14 animaux) par un œdème aigu du poumon qui survient 15 à 240 minutes après injection.

Les poumons de ces animaux présentent des signes évidents macro- et microscopiques d'œdème aigu. Le poids moyen de ces poumons est de l'ordre de $29^g,6$.

A une série de quinze lapins, nous avons injecté par voie sous-cutanée

---

([2]) *Recherches sur une nouvelle série chimique de corps doués de propriétés antihistaminiques et antianaphylactiques, les dérivés de la thiodiphénylamine* (*Arch. Intern. Pharmacod. et Thérapie,* **74**, 1947, pp. 314-333; B. N. Halpern, *Experimental Research on a new serie of chemical substances with powerful antihistaminic activity : The Thiodiphenyl derivatives* (*J. of Allergy,* **18**, 1947, pp. 263-273).

([3]) *Œdème aigu du poumon par injection intraveineuse de vésicants et de toxiques de guerre* (*Acta biologica belgica,* **1**, 1941, pp. 33-37).

20 mg/kg de 3277 R. P. et 30 à 40 minutes après, par voie endoveineuse, 15 mg/kg de chloropicrine. Les troubles immédiats dus probablement au solvant alcoolique et à l'action irritante endovasculaire de la chloropicrine sont identiques chez les deux lots d'animaux : témoins et animaux traités par l'antihistaminique. Mais tous nos animaux (quinze) protégés par l'antihistaminique ont survécu. Rien dans leur comportement ne permet de supposer qu'ils aient présenté des lésions pulmonaires. Chez certains d'entre eux, nous avons prélevé le poumon après un temps correspondant au délai habituel de la mort des animaux témoins, et chez la plupart d'entre eux, nous n'avons constaté macroscopiquement aucune modification traduisant l'œdème aigu, et leur poids était de 9^{g},7 en moyenne.

Nous faisons remarquer que lors de l'intoxication par la chloropicrine par voie endoveineuse, la pression artérielle, après une hypotension fugace consécutive à l'injection, se maintient à un niveau sensiblement normal, et s'effondre soudainement 5-10 minutes avant la mort par œdème aigu du poumon. L'examen macroscopique des autres viscères n'a pas montré de lésions de même nature.

Il ressort nettement de ces essais que l'injection préalable de N-diméthylamino-2-propyl-1-thiodiphénylamine protège le Lapin contre l'œdème aigu du poumon, mortel chez les témoins, provoqué par l'administration intra-veineuse d'un gaz toxique : la chloropicrine. L'étude de l'action protectrice du dérivé de la thiodiphénylamine, vis-à-vis du même syndrome, déterminé par d'autres gaz toxiques (phosgène, chlore, etc.), est actuellement en cours.

Nous avons cru intéressant de rapporter dès aujourd'hui les résultats obtenus, car c'est la première fois qu'on réalise une protection aussi remarquable, par un produit chimiothérapique contre l'agression produite par un gaz de combat.

A 16^{h} l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17^{h} 15^{m}.

L. B.